

# Systeme hyperbolischer partieller Differentialgleichungen: Temperaturstabilisierung in Parabolrinnensolarkraftwerken

Masterarbeit

von  
Konstantin Bubolz

Freie Universität Berlin  
Fachbereich Mathematik und Informatik  
Prof. Dr. Bernold Fiedler

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Solarforschung, Stuttgart  
Dr.-Ing. Michael Wittmann

Freie Universität Berlin  
Fachbereich Mathematik und Informatik  
28.07.2014



Zweite, überarbeitete Fassung in verbessertem Satz  
Stuttgart  
18.01.2015



## Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner studentischen Tätigkeit beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt am Institut für Solarforschung in Stuttgart.

Ich danke Prof. Dr. Bernold Fiedler sehr für die Betreuung dieser Masterarbeit. Ist die Unterstützung einer mathematischen Abschlussarbeit auf dem Gebiet der Solarforschung nicht selbstverständlich, so möchte ich mich besonders für die Möglichkeit bedanken, mein mathematisches Wissen in ebendieses Feld einzubringen und interdisziplinäre Forschungserfahrung zu sammeln.

Derselbe Dank gilt meinem Betreuer Dr.-Ing. Michael Wittmann am Institut für Solarforschung. Darüber hinaus danke ich herzlich für die intensive Betreuung vor Ort und die fördernden Diskussionen. Die Einarbeitung fachfremder Studenten ist mit Herausforderungen verknüpft, deren Annahme ich sehr wertschätze. Allen Entscheidungsträgern am Institut möchte ich dafür danken, dass die Vorteile dieser Herausforderungen überwogen.

Ich freue mich sehr, mit dieser Arbeit meinem Interesse an der Kontrolle dynamischer Systeme - von der Theorie zur Praxis - Ausdruck zu verleihen und hoffe, dass sowohl Mathematiker wie Ingenieure in dieser Arbeit interessante Aspekte des jeweils anderen Feldes vorfinden und die geschlagene Brücke diesem Interesse standhält.

Hiermit endet offiziell mein Studium der Mathematik an der Freien Universität Berlin. Ich danke Herrn Prof. Dr. Bernold Fiedler sehr für die anregenden Vorlesungen von der Analysis bis hin zu Differentialgleichungen und Dynamischen Systemen. Für die motivierende Einführung in die Kontrolltheorie an der Humboldt-Universität zu Berlin auf diesem Weg möchte ich auch Priv.-Doz. Dr. Annegret Glitzky vom Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik meinen Dank aussprechen.

Sehr herzlich danke ich schließlich, aber nicht zuletzt, meinen Freunden und meiner Familie für die Unterstützung während der Zeit des Studiums. Ohne den Beistand in stressigen Zeiten hätten die Ergebnisse meines Studiums und dieser Arbeit nicht den aktuellen Stand erreicht.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>i</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>ix</b>
<b>I. Einleitung</b>	<b>1</b>
1. Motivation	3
2. Stand der Technik	5
2.1. Parabolinnenkraftwerke . . . . .	5
2.2. Regelungstechnische Problemstellung . . . . .	8
2.3. Regelungsansätze . . . . .	10
3. Kraftwerksmodell und Zielsetzung	15
<b>II. Hauptteil</b>	<b>17</b>
<b>4. Thermodynamische Modellierung</b>	<b>19</b>
4.1. Erhaltungsgleichungen . . . . .	19
4.2. Vereinfachende Annahmen . . . . .	25
4.3. Differentialgleichungen und deren Lösung . . . . .	27
4.4. Näherungslösungen . . . . .	30
4.5. Validierung . . . . .	33
<b>5. Systeme hyperbolischer partieller Differentialgleichungen</b>	<b>35</b>
5.1. Simulationsmodell . . . . .	35
5.2. Modell für MPR und Übertragungsfunktionen . . . . .	36
5.3. Receiverunabhängiges Modell . . . . .	36

<b>6. Modellverhalten</b>	<b>39</b>
6.1. Stationäre Zustände . . . . .	39
6.2. Störgrößenübertragung . . . . .	40
6.3. Regelbarkeit . . . . .	46
<b>7. Regelung</b>	<b>53</b>
7.1. PI-Regler . . . . .	53
7.2. Nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung . . . . .	55
7.3. Modellbasierte prädiktive Regelung (MPR) . . . . .	58
7.4. Vergleich . . . . .	62
7.5. Bewertung . . . . .	67
<b>III. Schluss</b>	<b>69</b>
<b>8. Zusammenfassung</b>	<b>71</b>
<b>9. Diskussion</b>	<b>75</b>
<b>10. Ausblick</b>	<b>77</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>79</b>
<b>Anhang</b>	<b>83</b>
<b>A. Ableitung der Störgrößenübertragungsfunktion</b>	<b>85</b>
<b>B. Diagramme</b>	<b>87</b>
B.1. Störungsübertragung . . . . .	87
B.2. Vollständige Daten des Reglervergleichs . . . . .	92



# Abbildungsverzeichnis

2.1. Möglichkeiten der Konzentration solarer Einstrahlung. . . . .	6
2.2. Fokussierung der Sonnenstrahlen in der Parabolrinne. . . . .	7
2.3. Skizze der wesentlichen Wirkungsgrade . . . . .	10
2.4. MPR-inhärente Zeitpunkte . . . . .	12
2.5. Schaltbild der modellprädiktiven Regelung . . . . .	13
3.1. Untersucher Aufbau . . . . .	15
4.1. Wärmeströme am Absorberrohr der Parabolrinne . . . . .	21
4.2. Receiver im Detail . . . . .	21
4.3. Lineare Korrelationen für dynamisch relevante Zustandsgrößen . . . . .	26
4.4. Kontrollvolumen . . . . .	29
4.5. Wärmeverlust des Absorberrohres . . . . .	31
4.6. Validierung . . . . .	34
4.7. Gültigkeit des vereinfachten Modells . . . . .	34
6.1. Stationäre Regelung . . . . .	40
6.2. Amplitudengang einer Störung entgegen der Strömungsrichtung . . . . .	42
6.3. Amplitudengang einer Störung in Strömungsrichtung . . . . .	44
6.4. Störungsübertragung im vereinfachten Modell . . . . .	45
7.1. Schaltbild PI-Regler . . . . .	54
7.2. Schaltbild nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung . . . . .	57
7.3. MPR-Regelglied im Detail . . . . .	59
7.4. Variation des Prädiktionshorizonts . . . . .	61
7.5. Vergleich der Temperaturregelungen bei perfekter Kenntnis der Einstrahlungsdaten . . . . .	63
7.6. Schaltbild zur variierenden örtlichen Auflösung der Einstrahlungsdaten . . . . .	64
7.7. Regler-Vergleich bei variierender Datengenauigkeit, PI vs. NR. . . . .	66
7.8. Regler-Vergleich bei variierender örtlicher Auflösung der Einstrahlungsdaten, PI vs. MPR. . . . .	67

B.1. Übertragungsfunktion und Bode-Diagramm von Störungen entgegen der Strömungsrichtung . . . . .	88
B.2. Übertragungsfunktion und Bode-Diagramm von Störungen in Strömungsrichtung . . . . .	89
B.3. Störungsübertragung im vereinfachten Modell . . . . .	90
B.4. Störungsübertragung für Einstrahlungsszenario 2. . . . .	91
B.5. Daten NR . . . . .	92
B.6. Daten MPR . . . . .	93

# Tabellenverzeichnis

2.1. Signale der modellprädiktiven Regelung . . . . .	13
3.1. Feste Größen der untersuchten Anlage . . . . .	16
4.1. Abweichungen der dynamischen Modelle von Ergebnissen mit Modelica/Dymola . . . . .	33
7.1. Auslegungspunkte der Fließgeschwindigkeit . . . . .	54
7.2. Standardabweichung $\sigma$ der Regelergebnisse zur Solltemperatur . . . . .	60
7.3. Standardabweichung $\sigma$ der Regelergebnisse bei perfekter Kenntnis der Einstrahlung . . . . .	63
7.4. Untersuchte Auflösungen der Einstrahlungsdaten . . . . .	65
7.5. Standardabweichung $\sigma$ der Regelergebnisse bei variierender örtlicher Auflösung der Einstrahlungsdaten . . . . .	66



# Nomenklatur

$A$	Fläche des Strömungsquerschnitts	$m^2$
$A_W$	Querschnittsfläche Absorberrohr (Ring)	$m^2$
$A_c$	Übertragungsfläche Wärmestrom (pro diskretem Kontrollvolumen)	$m^2$
$A_{eff}$	effektive Kollektorfläche (pro diskretem Kontrollvolumen)	$m^2$
$\hat{A}$	Amplitude der längenspezifischen Einstrahlungsschwankung	$\frac{W}{m}$
$\hat{A}$	Amplitude der Einstrahlungsschwankung	$\frac{W}{m^2}$
$\tilde{A}$	Amplitude der Temperaturschwankung	$^{\circ}C$
$a_0, a_1$	Konstanten der Korrelation der Fluidichte	$\frac{kg}{m^3}, \frac{kg}{m^3 \cdot ^{\circ}C}$
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\tilde{\alpha}$	temperatur- und druckabhängiger Anteil des Wärmeübergangskoeffizienten	$\frac{J}{m^3 \cdot K}$
$c_p$	spez. Wärmekapazität Fluid	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$c_{p,W}$	spez. Wärmekapazität Absorberrohr	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$d$	Störsignal	
$d_a$	Außendurchmesser Absorberrohr	$m$
$d_i$	Innendurchmesser Absorberrohr	$m$
$dt$	Zeitschrittweite	$s$
$dx$	Länge eines Kontrollvolumens	$m$
$\delta$	Rechenzeit der modellbasierten prädiktiven Regelung	$s$
$\eta$	Wirkungsgrad	
$\eta_C$	Carnot-Wirkungsgrad	
$\eta_{el}$	Elektrischer Wirkungsgrad	
$\eta_{opt}$	optischer Wirkungsgrad	

## Tabellenverzeichnis

$\eta_{th}$	Thermischer Wirkungsgrad	
$\tilde{\varphi}$	Winkel/Phasenverschiebung	
$G$	Störübertragungsfunktion	$\frac{K \cdot m^3}{W} \cdot \frac{1}{s}$
$G_b$	Solare Einstrahlung	$\frac{W}{m^2}$
$h$	spez. Enthalpie Fluid	$\frac{J}{kg}$
$h_0$	Konstante der Korrelation der spez. Fluidenthalpie	$\frac{J}{kg}$
$I$	längenspezifischer solarer Wärmeeintrag	$\frac{W}{m}$
$J$	Kostenfunktional	
$k_P, k_I$	Verstärkungsfaktoren PI-Regler	$\frac{kg}{s \cdot K}, \frac{kg}{s^2 \cdot K}$
$k_T$	längenspezifische volumetrische Wärmekapazität Fluid	$\frac{J}{K \cdot m}$
$k_W$	längenspezifische volumetrische Wärmekapazität Absorberrohr	$\frac{J}{K \cdot m}$
$L$	längenspezifischer Wärmeverlust	$\frac{W}{m}$
<b>L</b>	Länge Kollektorstrang	$m$
$l$	Wellenlänge der Einstrahlungsschwankung	$m$
$l_0, l_1$	Konstanten der Korrelation für den längenspez. Wärmeverlust	$\frac{W}{m}, \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\dot{m}$	Massenstrom Fluid	$\frac{kg}{s}$
$\dot{m}_{in}$	Eintrittsmassenstrom	$\frac{kg}{s}$
$\dot{m}_0$	Massenstrom am Auslegungspunkt	$\frac{kg}{s}$
$m_W$	Masse Absorberrohr (pro diskretem Kontrollvolumen)	$kg$
$Nu$	Nußelt-Zahl	
$n$	Anzahl der (diskreten) Kontrollvolumen	
$\nu$	dynamische Viskosität	$\frac{N \cdot s}{m^2}$
$\omega$	Frequenz des linearen Störsignals	$\frac{1}{s}$
$Pr$	Prandtl-Zahl	
$p$	Druck	$bar$

$\pi$	$\frac{22}{7}$	
$Q_{solar}$	solarer Wärmeeintrag (pro diskretem Kontrollvolumen)	$W$
$Q_{loss}$	Wärmeverlust (pro diskretem Kontrollvolumen)	$W$
$Q_{heat}$	übertragener Wärmestrom Absorber-Fluid (pro diskretem Kontrollvolumen)	$W$
$q$	längenspezifischer Wärmeübertrag	$\frac{W}{m}$
$Re$	Reynolds-Zahl	
$\rho$	Dichte Fluid	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_W$	Dichte Absorberrohr	$\frac{kg}{m^3}$
$s$	Verweilzeit Fluidpartikel	$s$
$T$	Temperatur Fluid	$^{\circ}C$
$T_{in}$	Eintrittstemperatur	$^{\circ}C$
$T_i$	Temperatur im Kontrollvolumen i	$^{\circ}C$
$T_{max}$	Maximaltemperatur	$^{\circ}C$
$T_{min}$	Minimaltemperatur	$^{\circ}C$
$T_{opt}$	optimale Austrittstemperatur	$^{\circ}C$
$T_{out,K}$	absolute Austrittstemperatur	$K$
$T_{out}$	Austrittstemperatur	$^{\circ}C$
$T_{soll}$	Solltemperatur	$^{\circ}C$
$T_{amb,K}$	absolute Umgebungstemperatur	$K$
$T_{amb}$	Umgebungstemperatur	$^{\circ}C$
$t$	Zeit	$s$
$t_0$	Zeitpunkte der modellprädiktiven Signalübermittlung	
$t_{in}$	Eintrittszeitpunkt Fluidpartikel	$s$
$t_{ph}$	Prädiktionshorizont der modellbasierten prädiktiven Regelung	$s$
$\Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz Absorberrohr-Fluid	$K$
$u$	Steuersignal	

## Tabellenverzeichnis

$u$	spez. innere Energie Fluid	$\frac{J}{kg}$
$V$	Volumen Fluid (pro diskretem Kontrollvolumen)	$m^3$
$v$	Geschwindigkeit Fluid	$\frac{m}{s}$
$v_{in}$	Eintrittsgeschwindigkeit Fluid	$\frac{m}{s}$
$v_{max}$	Maximalgeschwindigkeit Fluid	$\frac{m}{s}$
$v_{min}$	Minimalgeschwindigkeit Fluid	$\frac{m}{s}$
$v_I$	Ausbreitungsgeschwindigkeit des linearen Störsignals	$\frac{m}{s}$
$W$	Temperatur Absorberrohr	$^{\circ}C$
$W_K$	absolute Absorbertemperatur	$K$
$w$	Sollwert	
$w_{eff}$	effektive Kollektorspannweite	$m$
$x$	Ort	$m$
$y$	Beobachtung	
$\zeta$	Umrechnungsfaktor Massenstrom/Fließgeschwindigkeit	$\frac{kg}{m}$



**Teil I.**

# **Einleitung**



# 1. Motivation

Die Erschließung regenerativer Energiequellen ist wesentliche Grundlage einer zukünftigen Energieversorgung. Mit der Sonne als größtem Energielieferanten gewinnt die Solarforschung mehr und mehr an Bedeutung.

Diese Arbeit leistet einen bescheidenen Beitrag für die Effizienzsteigerung solarthermischer Parabolrinnenkraftwerke, in denen die Energie der Sonne in Wärme und schließlich in elektrische Energie umgewandelt wird. Die wechselhafte Natur der solaren Einstrahlung, angestrebt hohe Betriebstemperaturen und Flüssigsalz als neues Wärmeträgermedium geben Anlass zur regelungstechnischen Fragestellung, auf welche Art und Weise die entstehenden Temperaturen für einen effizienten und sicheren Kraftwerksprozess gesteuert werden müssen. Diese Arbeit findet in den folgenden Kapiteln Antworten, indem der thermodynamische Hintergrund eines Parabolrinnenkraftwerks beleuchtet wird und auf einem beschreibenden Modell aufbauend verschiedene Regelkonzepte auf ihre Eignung zur Temperaturstabilisierung hin untersucht werden. Die zugrundeliegende Dynamik kann durch hyperbolische partielle Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben werden.



## 2. Stand der Technik

### 2.1. Parabolrinnenkraftwerke

#### 2.1.1. Geschichte und Eingliederung

Das erste Parabolrinnenkraftwerk ging 1984 in den USA ans Netz (vgl. Quaschnig [24]). In der kalifornischen Mojave-Wüste wurden bis 1990 weitere acht Anlagen zur Umwandlung von Sonnenwärme in elektrischen Strom in Betrieb genommen. Europa startete 2008 in Spanien mit „Andasol 1“ den stromproduzierenden Parabolrinnenbetrieb. Neben der USA und Spanien entstanden und entstehen mittlerweile auch in anderen Ländern Parabolrinnenkraftwerke für den Betrieb am Netz.

Das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) forscht seit über 30 Jahren im Gebiet der konzentrierenden Solarthermie. Im 2011 gegründeten Institut für Solarforschung fließen Wissen und Kompetenz des DLR darüber zusammen, wie die aus gebündelter Solarstrahlung gewonnene Wärme nutzbar gemacht werden kann. Dabei werden vier verwendete Techniken unterschieden. Punktfokussierende Systeme werden durch Solartürme oder Dishanlagen realisiert. Die Parabolrinne gehört zusammen mit den Fresnel-Kollektoren zu den linienfokussierenden Systemen (siehe Abb. 2.1)<sup>1</sup>.

Diese Arbeit bezieht sich auf die Technik der Parabolrinne. Viele Konzepte sind allerdings allgemein auf linienfokussierende Systeme anwendbar.

#### 2.1.2. Kollektorfeld

Die Fokussierung der Sonnenwärme in einer Parabolrinne beruht auf einer einfachen Geometrie: Jede Parabel besitzt einen Brennpunkt. Parallel auf eine Parabellinie eintreffende Strahlen werden so reflektiert, dass sie sich alle in einem Punkt, dem Brennpunkt, treffen. Wird dieses Prinzip um eine dritte Dimension erweitert, entsteht ein Parabolspiegel mit einer Linie als Fokalgeometrie (siehe Abb. 2.2)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Unterabbildungen aus Quaschnig [24]

## 2. Stand der Technik

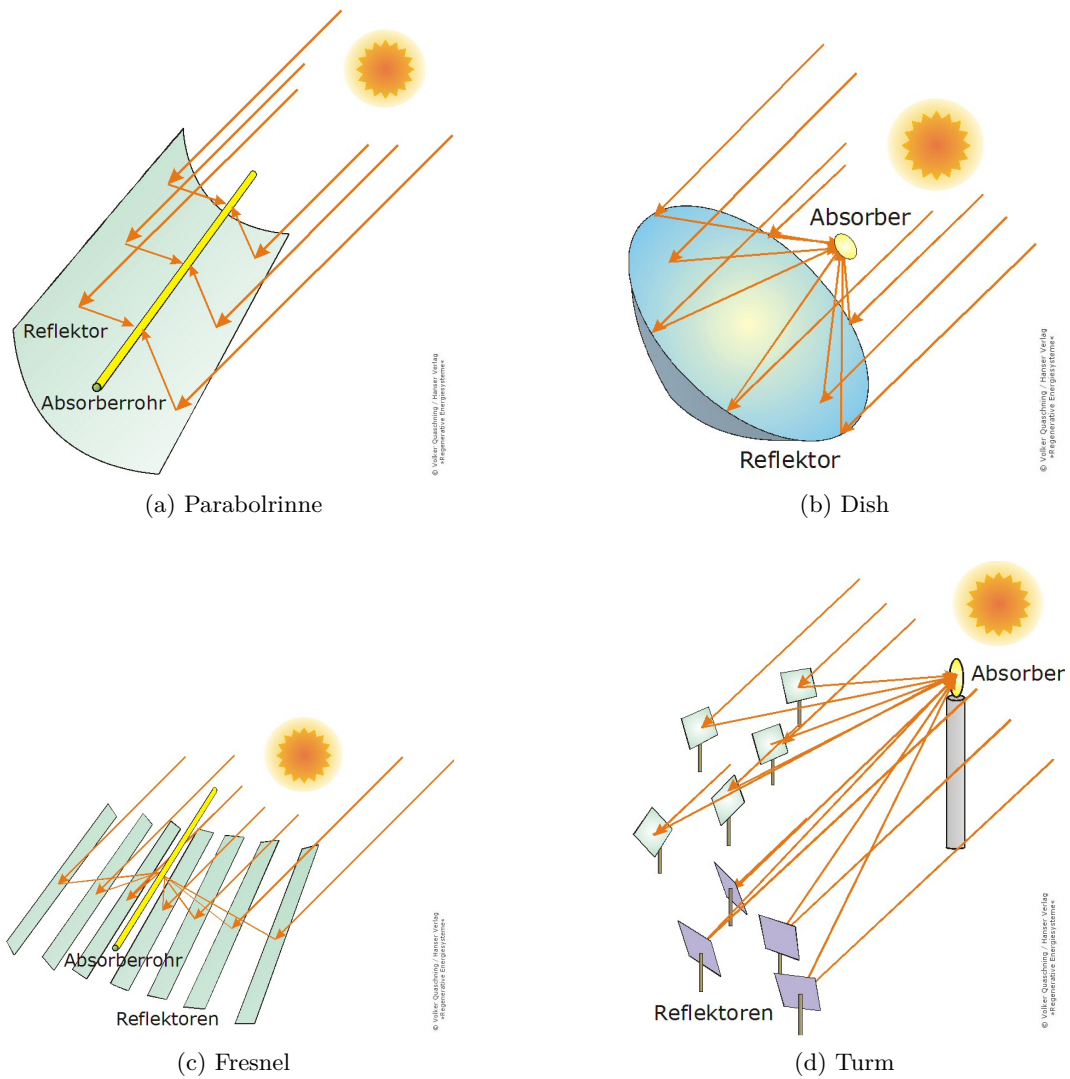
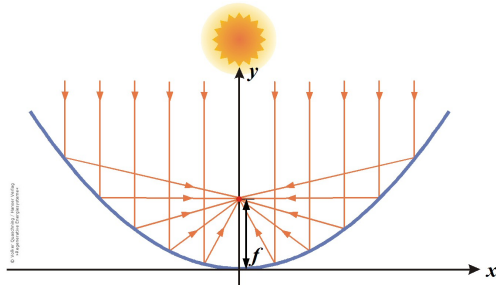


Abbildung 2.1.: Möglichkeiten der Konzentration solarer Einstrahlung.  
Links linienfokussierende, rechts punktfokussierende Systeme



(a) Skizze des Spiegelquerschnitts



(b) Technische Umsetzung in der Parabolrinne

Abbildung 2.2.: Fokussierung der Sonnenstrahlen in der Parabolrinne.

In dieser Fokallinie befindet sich beim Parabolrinnenkraftwerk ein Absorberrohr als Receiver, das die gebündelte solare Einstrahlung in Wärme umwandelt und schließlich an ein Wärmeträgermedium abgibt, das in seinem Inneren fließt. Die Sonnenenergie wird durch diesen Fließprozess aus dem Kollektorfeld transportiert und gelangt am Austritt in die Dampfturbinenanlage. Hier erfolgt die Erzeugung elektrischer Energie aus der zugeführten thermischen Energie.

Die Energieumwandlung im solarthermischen Kraftwerk erfolgt demnach in zwei verschiedenen Prozessen, die jeweils dem Kollektorfeld und der Turbinenanlage zugeschrieben werden können. Die Kopplung beider Prozesse kann ausreichend über die thermodynamischen Größen (Temperatur, Druck, thermische Leistung) repräsentiert werden, die an den Verbindungsstellen am Anfang und am Ende des Kollektorfelds übergeben werden. Diese Zweiteilung wird in dieser Arbeit ausgenutzt, indem allein die Prozesse des Kollektorfeldes beleuchtet werden. Der Wirkungsgrad der Turbinenanlage wird durch den theoretisch begrenzenden Carnot-Wirkungsgrad abgeschätzt (siehe Baehr und Kabelac [1]). Ist  $T_{out}$  die Kollektorfeldaustrittstemperatur, und damit in etwa die Eintrittstemperatur des Turbinenkreislaufs, und  $T_{amb}$  die Umgebungstemperatur, so ist der Wirkungsgrad der Dampfturbinenanlage höchstens der Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{amb,K}}{T_{out,K}}.$$

Da alle technischen Realisierungen, aus thermischer Energie Strom zu erzeugen, diesen

## 2. Stand der Technik

Wirkungsgrad anstreben, führt der Einfluss

$$\lim_{T_{out} \rightarrow \infty} \eta_C(T_{out}) = 1$$

der Kollektorfeldaustrittstemperatur  $T_{out}$  auf den maximal möglichen Wirkungsgrad  $\eta_C(T_{out})$  zu Forschungsansätzen, die auf eine Steigerung der Austrittstemperatur  $T_{out}$  abzielen.

### 2.1.3. Neue Wärmeträgermedien

Aus diesem Grund verfolgen aktuelle Forschungsarbeiten den Betrieb von Parabolrinnenkraftwerken mit neuen Wärmeträgermedien, die höhere Temperaturen erlauben. Herkömmliches Thermoöl, wie es in den meisten Kraftwerken am Netz verwendet wird, beschränkt wegen seiner chemischen Zusammensetzung den Betrieb auf ca. 400°C. Alternative Wärmeträgerfluide sind z.B. Salz und Wasser.

Letzteres erlaubt eine Direktverdampfung noch im Absorberrohr des Kollektorfeldes, um ohne weiteren Wärmetausch und damit verbundene Energieverluste direkt in den Dampfturbinenkreislauf geführt zu werden (vgl. DLR-Projekt DUKE, Feldhoff et al. [13]). Ein Nachteil besteht in Speicherproblemen. Gleichzeitig erhöhen die unterschiedlichen Stoffeigenschaften von Wasser und Wasserdampf den Regelungsaufwand.

Zwar mit herkömmlicher Wärmeübertragung am Kollektorausstritt und einer zu beachtenden Erstarrungstemperatur, aber dafür mit großem Speicherpotential und homogenen Stoffwerten kann Flüssigsalz als Wärmeträgermedium eingesetzt werden (vgl. Wittmann et al. [30]). Diese Arbeit untersucht eine Nitratsalz-Mischung von 60%  $\text{NaNO}_3$  und 40%  $\text{KNO}_3$  (siehe Zavoico [31]). Erstarrungs- und Zersetzungstemperatur erlauben einen Betrieb im Temperaturbereich von  $T \in [T_{min}, T_{max}] \approx [250^\circ\text{C}, 600^\circ\text{C}]$ .

## 2.2. Regelungstechnische Problemstellung

Die regelungstechnische Herausforderung bei der Prozessoptimierung im Parabolrinnenkraftwerk ergibt sich aus dem Zusammenspiel von solarer Einstrahlung auf das Kollektorfeld, dem Massenfluss durch das Absorberrohr und der resultierenden Austrittstemperatur. Im regelungstechnischen Sinn ist hierbei der Massenfluss  $\dot{m}$  die Stellgröße, die Austrittstemperatur  $T_{out}$  die Regelgröße und da auf die solare Einstrahlung kein Einfluss ausgeübt werden kann, fließt sie als Störgröße ein. Sie ist von Ort und Zeit abhängig und wird mit  $G_b(x, t)$  bezeichnet.

Das Ziel der Sollwertfolge der Regelgröße klärt Abschnitt 2.2.1. Auf Stell- und Störgröße geht Abschnitt 2.2.2 ein.



**2.2.1. Temperaturstabilisierung**  $T_{out}(t) \equiv const.$ 

Die Effizienz der Energieumwandlung lässt sich grob durch zwei Wirkungsgrade beschreiben. Das Kollektorfeld erreicht bei der Umsetzung von Einstrahlungsenergie in thermische Energie einen thermischen Wirkungsgrad  $\eta_{th}$ . Die Umwandlung thermischer in elektrische Energie geschieht mit dem Faktor  $\eta_{el} < \eta_C$ . Trotzdem der Wirkungsgrad  $\eta_{el}$  in dieser Arbeit nicht genauer untersucht wird, kann die qualitative Abhängigkeit des Gesamtwirkungsgrads  $\eta = \eta_{th} \cdot \eta_{el} \approx \eta_{th} \cdot \eta_C$  von der Austrittstemperatur skizziert werden (siehe Abb. 2.3). Bei fester Kollektorfeldeintrittstemperatur  $T_{in}$  fällt der thermische Wirkungsgrad mit steigender Austrittstemperatur  $T_{out}$ , während der Carnot-Wirkungsgrad  $\eta_C$  gleichzeitig steigt. Der Gesamtwirkungsgrad als Produkt derselben besitzt ein Maximum bei einer Temperatur  $T_{opt}$ , die als angestrebte Soll-Temperatur  $T_{soll} = T_{opt}$  in das Regelproblem einfließt. Eine Prozessoptimierung wird  $T_{out}(t) \equiv T_{soll}$  zum Ziel haben.

Der scheinbare Widerspruch zwischen einer Temperaturstabilisierung  $T_{out}(t) \equiv T_{soll}$  und dem in Kapitel 2 geschilderten Forschungsziel einer Erhöhung der Austrittstemperatur  $T_{out}$  kann aufgelöst werden, indem die Temperaturstabilisierung als ein der Erschließung höherer Temperaturbereiche nachfolgendes Problem betrachtet wird. Im Fall  $T_{opt} > T_{max}$  einer technisch unerreichen Optimaltemperatur ist aus Sicherheitsgründen außerdem eine Temperaturstabilisierung  $T_{out}(t) \equiv T_{soll} \lesssim T_{max}$  sinnvoll.

**2.2.2. Stellgröße  $v_{in}(t)$  und Störgröße  $G_b(x, t)$** 

Der Fluidmassenstrom als Stellgröße wird über eine Speisepumpe geregelt. Sie liegt normalerweise am Eintritt des Kollektorfeldes. Damit ist die Regelgröße genauer als Eintrittsmassenstrom  $\dot{m}_{in}(t) \in \mathbb{R}$  in das Kollektorfeld zu bezeichnen. Aus technischen Bedingungen ergeben sich später Einschränkungen an realisierbare Massenströme. Da der Massenstrom über die Dichte von der Fluidtemperatur abhängt, wird in dieser Arbeit vorrangig mit der Fließgeschwindigkeit als unabhängige Größe gearbeitet. Die Umrechnung erfolgt über  $\dot{m}_{in} = A \cdot \rho(T_{in}) \cdot v_{in}$ .

Die solare Einstrahlung  $G_b(x, t)$  variiert in Ort und Zeit. Dafür sind z.B. Wolkenbewegungen oder der tageszeitabhängige Sonnenstand verantwortlich. Schwankungen der Einstrahlung wirken sich auf die Temperaturentwicklung im Kollektorfeld aus und werden im Idealfall durch eine Anpassung des Massenstroms  $\dot{m}_{in}$  ausgeregelt.

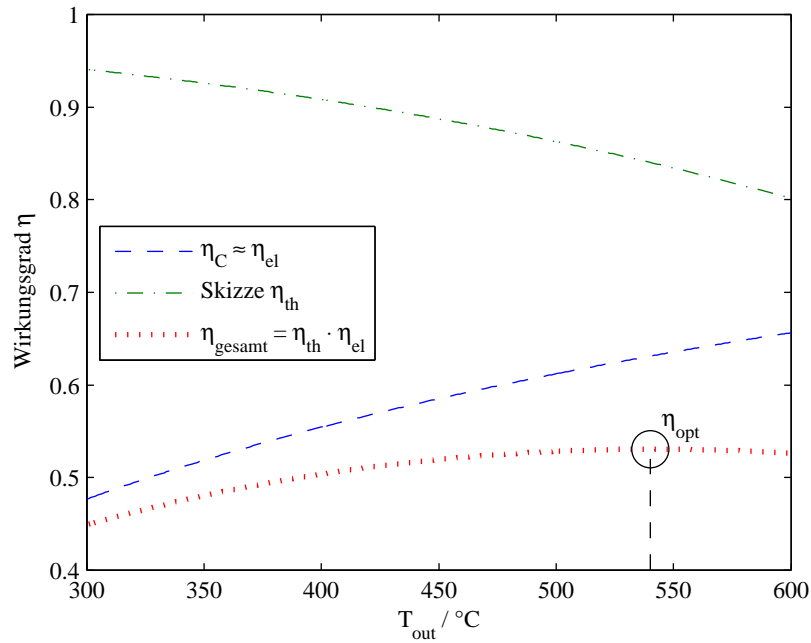


Abbildung 2.3.: Skizze der wesentlichen Wirkungsgrade

## 2.3. Regelungsansätze

In kommerziell betriebenen Parabolrinnenkraftwerken werden heute hauptsächlich lineare PID-Regler für die Kontrolle der Austrittstemperatur eingesetzt. Der nichtlineare Charakter der Wärmetransportprozesse und die Tatsache, dass eine unbeständige solare Einstrahlung im kontrolltheoretischen Sinn als dynamisch variierende Störgröße aufzufassen ist, stellen wesentliche Herausforderungen an die verwendeten Reglergesetze und führen mit dem Ziel einer verbesserten Regelgüte auf erweiterte Reglerstrukturen. Eine Übersicht verschiedener Entwicklungen gibt Camacho [6, 7]. Eine umfangreiche Analyse und die erweiterte Auslegung eines PI-Reglers für ein Ölsystem gibt Zunft [32]. Aus der Vielzahl der entwickelten Reglerstrukturen werden in dieser Arbeit zwei näher betrachtet, die den angesprochenen Herausforderungen Rechnung tragen.

### 2.3.1. Modellbasierte prädiktive Regelung (MPR)

Die Arbeiten von Trebing [29] und Morille [22] ebnen den Weg für eine prozessangepasste Regelung bei der Direktverdampfung mithilfe einer modellprädiktiven Regelung (MPR, engl. MPC).

Die Wahl der Stellgröße erfolgt hierbei über eine vorhersagebasierte, computergestützte Optimierung. Auf der Grundlage eines dynamischen Modells der Regelstrecke wird

die Austrittstemperatur um weitere über das gesamte Kollektorfeld beobachtete Größen ergänzt und diese Beobachtungen zusammen mit einer Vorhersage für die solare Einstrahlung genutzt, um eine optimale Steuerung zu berechnen. Eine Einführung in die modellprädiktive Regelung geben z.B. Camacho und Bordons [5], Rawlings und Mayne [25], Grüne und Pannek [14]. Zur nichtlinearen modellprädiktiven Regelung mit und ohne Totzeiten siehe auch Reble [26]. Die wesentlichen Merkmale einer MPR sind die folgenden:

**Dynamisches Modell der Regelstrecke** Für eine Vorhersage der Temperaturentwicklungen im Kollektorfeld ist ein Prozessmodell notwendig, das die zugrundeliegende Dynamik möglichst genau abbildet. Die rechnergestützte Optimierung bedarf außerdem einer (numerischen) Implementierung.

**Kostenfunktional  $J$**  Ziel der Optimierung ist die Minimierung der Kosten. Sie werden in einem Kostenfunktional  $J$  zusammengefasst. Dieses kann Abweichungen der Regelgröße, den Regelaufwand ( $|u|$ ,  $|\dot{u}|$ ) etc. berücksichtigen. Dem Ziel der Temperaturstabilisierung wird in dieser Arbeit über das Kostenfunktional

$$J(T_{out}(\cdot)) := \int |T_{out}(t) - T_{soll}|^2 dt$$

entsprochen, das Abweichungen von der Soll-Temperatur aufwiegt. Andere Kosten werden nicht aufgenommen.

**Rechenzeit  $\delta$**  Die computergestützte Optimierung der Stellgröße benötigt eine gewisse Rechenzeit  $\delta$ . Startet die Optimierung zum Zeitpunkt  $t = t_0$ , so ist eine optimierte Stellgröße zum Zeitpunkt  $t = t_0 + \delta$  verfügbar. Die Rechenzeit ist abhängig von der gewünschten Genauigkeit der Optimierung, lässt sich andererseits aber auch durch externe Faktoren wie Prozessorleistung beeinflussen. Letzteres ist der Grund für einen pauschalen Ansatz der Rechenzeit  $\delta = 150s$  in dieser Arbeit.

**Prädiktionshorizont  $t_{ph}$**  Der Prädiktionshorizont bestimmt den Zeitrahmen der modellgestützten Vorhersage. Startet die Optimierung zum Zeitpunkt  $t = t_0$ , so werden Stell- und Regelgröße im Zeitintervall  $t \in [t_0, t_0 + t_{ph}]$  ausgewertet und berücksichtigt. Der Prädiktionshorizont ist an das Regelproblem anzupassen.

Da die optimierte Steuergröße nur für Zeitpunkte  $t > t_0 + \delta$  angewendet werden kann, ist  $t_{ph} > \delta$  eine notwendige Voraussetzung. Weiterhin ist  $t_{ph} \geq 2\delta$  eine sinnvolle Einschränkung, die sich aus den diskreten Berechnungszeitpunkten ergibt. So ist das Steuersignal

## 2. Stand der Technik

für das Zeitintervall  $[t_0, t_0 + \delta]$  nur aus der Optimierung zu gewinnen, die zum Zeitpunkt  $t = t_0 - \delta$  gestartet wurde (siehe Abb. 2.4). Letzteres erklärt die vorhandene Rückkopplung des MPR-Regelglieds im Strukturplan des Regelkreises, die die MPR von klassischen Regelkreisen unterscheidet (siehe Abb. 2.5). Streckendynamik und eine Prädiktion derselben laufen in Zeitintervallen der Länge  $\delta$  parallel ab. Die Signale der Beobachtung, Steuerung, Störung etc. werden nur zu den diskreten Zeitpunkten  $t = k \cdot \delta$ ,  $k \in \mathbb{N}$  übertragen. Im Regelglied werden damit folgende Größen verarbeitet: Die Soll-Temperatur als Führungsgröße  $w$ , die Einstrahlung als Störung  $d$ , die Temperaturen des Kollektorfeldes als Beobachtung  $y$  und die Eintrittsgeschwindigkeit als Stellgröße. Für Prädiktion und Optimierung der MPR sind Führungs- und Störgröße für das gesamte prädizierte Zeitintervall  $[t_0, t_0 + t_{ph}]$  zur Verfügung zu stellen ( $w(t) = T_{soll}$ ,  $d = G_b(x, \cdot) : [t_0, t_0 + t_{ph}] \rightarrow \mathbb{R}$ ). Die Vorhersage in der MPR benötigt außerdem das während der Optimierungsrechnung angewendete Stellsignal  $u = v_{in}(\cdot) : [t_0, t_0 + \delta] \rightarrow \mathbb{R}$  (siehe Abb. 2.5 und Tabelle 2.1). Die Details der verwendeten MPR werden in Kapitel 7 näher erläutert. Auch wenn die MPR oftmals Nichtlinearitäten, z.B. über das Prozessmodell, beachtet, wird in der Regel zwischen MPR und nichtlinearer Regelung (NR) unterschieden.



Abbildung 2.4.: MPR-inhärente Zeitpunkte

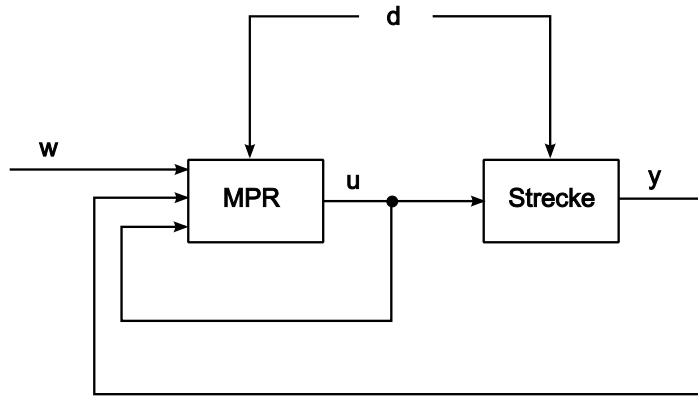


Abbildung 2.5.: Schaltbild der modellprädiktiven Regelung

Signal	regelungstechnische Größe	physikalische Größe	zeitliche Referenz*
y	Beobachtungen und Regelgröße	Temperaturen des Kollektorfeldes, insb. Austrittstemperatur ( $T_{out}$ )	$t_0$
w	Führungsgröße	Solltemperatur ( $T_{soll}$ )	$[t_0, t_0 + t_{ph}]$
d	Störgröße	Einstrahlung ( $G_b$ )	$[t_0, t_0 + t_{ph}]$
u	Stellgröße	Geschwindigkeit/Massenstrom ( $v_{in}/\dot{m}_{in}$ )	$[t_0, t_0 + \delta]$

\*bei Signalübertragung zum Zeitpunkt  $t = t_0$ 

Tabelle 2.1.: Signale der modellprädiktiven Regelung

### 2.3.2. Nichtlineare Regelung (NR)

Im Vergleich zur aktuellen PI-Regelung führt die Berücksichtigung vorhandener Messdaten abseits der Austrittstemperatur meist auf nichtlineare Reglerstrukturen. Aus der Vielzahl der entwickelten Kontrollmöglichkeiten sollen hier noch einige wenige erwähnt werden, die im Sinne einer modellbasierten Regelung auf Streckeneigenschaften aufbauen.

Johansen und Storaas [17] stellen auf Basis der inneren Energie des Wärmeträgermediums über die gesamte Kollektorstrecke einen linearen PID-Regler vor, der über die innere Energie auch die Austrittstemperatur stabilisiert. Dabei geht, neben Informationen über die Einstrahlung, die Temperaturdifferenz  $T_{out} - T_{in}$  nichtlinear in das Reglergesetz ein. Eine ähnliche Verwendung dieser Differenz im Reglergesetz findet sich bei Tóth, Nagy und Szeifert [28]. Über örtliche Diskretisierung und nichtlineare Koordinatentransformation gelangen Barão, Lemos und Silva [2] (siehe auch Igreja et al. [16]) zu einer nichtlinearen Reglerstruktur, in die von  $n$  Temperaturen  $T_1, T_2, \dots, T_n$  die Temperaturdifferenz  $T_n - T_{n-1}$  am Ende des Kollektorstrangs einfließt. Die Realisierung dieses Teils der Regelung wurde aufgrund fehlender Temperatursensoren wieder auf  $T_{out} - T_{in}$  reduziert. Obwohl in allen erwähnten Arbeiten die nichtlineare Umsetzung eines (diskretisierten)

## 2. *Stand der Technik*

örtlichen Temperaturgradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}$  zu verbesserten Regelergebnissen führt, verbleibt die Interpretation der Reglerstrukturen bei einem energiebasierten Zugang und es findet sich kein Hinweis auf einen Zusammenhang mit der zugrundeliegenden Streckendynamik.

### 3. Kraftwerksmodell und Zielsetzung

Der komplexe Aufbau eines Parabolrinnenkraftwerks wird in dieser Arbeit auf die wesentlichen Elemente reduziert, die auf die regelungstechnische Fragestellung Einfluss nehmen. So wird auf thermische Speicher und andere unterstützende Konstruktionen eines wirtschaftlichen Kraftwerksbetriebs verzichtet. Die genannte Zerteilung der Kraftwerkprozesse wird insofern genutzt, als sich diese Arbeit allein der Dynamik des Kollektorfeldes widmet. Es besteht modellhaft aus vier Parabolspiegeleinheiten in einer Linie, jeweils von 150m Länge und einer effektiven Spannweite von  $w_{eff} = 5,45\text{m}$ . Die Gesamtlänge beträgt damit 600m, flexible Verbindungen ausgenommen. Der in Abbildung 3.1 dargestellte Aufbau bildet einen Kollektorstrang, der als Grundbaustein größerer Kollektorfelder gesehen werden kann. Die übliche U-förmige Anordnung der Kollektorstränge in Loops wird über eine Ergänzung des betrachteten Strangs durch einen zweiten oder über eine Umstrukturierung desselben in zwei 300m-Stränge erreicht. Eine Übertragbarkeit der erhaltenen Ergebnisse auf höherdimensionierte Anlagen ist zu erwarten. Weitere feste Größen sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Als Wärmeträgermedium für die Simulationen dient eine bereits untersuchte Nitratsalzmischung von 60%  $\text{NaNO}_3$  und 40%  $\text{KNO}_3$ . Entsprechend der Bemerkungen zum Gesamtwirkungsgrad und die Stoffeigenschaften berücksichtigend (siehe 2.2.1) sollen am Austritt des Kollektorfeldes  $T_{soll} = 550^\circ\text{C}$  erreicht werden. Die Eintrittstemperatur wird, über dem Schmelzpunkt, konstant mit  $T_{in} = 300^\circ\text{C}$  angenommen. Die inhaltliche Gliederung der einzelnen Kapitel ist die folgende.

Kapitel 4 stellt die thermodynamischen Grundlagen der Prozesse im Kollektorfeld be-

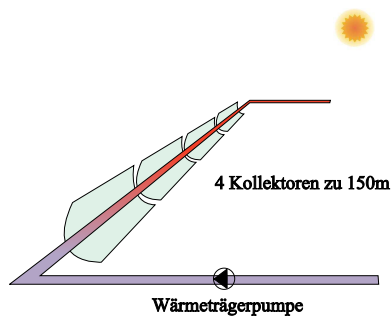


Abbildung 3.1.: Untersuchter Aufbau

### 3. Kraftwerksmodell und Zielsetzung

Größe	Wert	Beschreibung	Einheit
$L$	600	Gesamtlänge	m
$w_{eff}$	5,45	Effektive Kollektorspannweite	m
$\eta_{opt}$	0,75	Optischer Wirkungsgrad	-
$\rho_W$	8000	Dichte Absorberrohr	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$c_{p,W}$	500	Spezifische Wärmekapazität Absorberrohr	$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
$d_a$	0,070	Außendurchmesser Absorberrohr	m
$d_i$	0,064	Innendurchmesser Absorberrohr	m
$T_{in}$	300	Fluidtemperatur am Kollektoreintritt	$^{\circ}\text{C}$
$\zeta(T_{in})$	6,1061	Umrechnungsfaktor Massenstrom $\leftrightarrow$ Fließgeschwindigkeit	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$
$T_{soll}$	550	Soll-Temperatur am Kollektoraustritt	$^{\circ}\text{C}$

Tabelle 3.1.: Feste Größen der untersuchten Anlage

reit. Aus Erhaltungsgleichungen werden dynamische Modelle abgeleitet, die später numerische und analytische Verwendung finden. Auf ihre unterschiedliche Verarbeitung bei Simulation, Prädiktion und Analyse geht Kapitel 5 ein. In Kapitel 6 werden einige Eigenschaften des Modellverhaltens studiert. Die Auswirkungen solarer Einstrahlungsschwankungen auf die Austrittstemperatur beleuchtet der Abschnitt 6.2 über die Störgrößenübertragung, Abschnitt 6.3 beantwortet elementare Fragen der Regelbarkeit. Kapitel 7 beschäftigt sich letztendlich mit der Reglersynthese und dem anschließenden Vergleich der drei verwendeten Reglerstrukturen. Als Referenzregelung dient eine PI-Regelung. Als zweites folgt eine nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung, die sich aus der Streckendynamik ableiten lässt und den angesprochenen nichtlinearen Regelansätzen ähnelt. Außerdem soll in Anlehnung an die aktuellen Arbeiten zur modellprädiktiven Regelung bei der Direktverdampfung das Potential einer MPR für das Salzsystem ermittelt werden. Die Arbeit schließt mit dem Vergleich und einer Bewertung der drei Reglerstrukturen anhand von Fallbeispielen für die solare Einstrahlung, auch bzgl. der Genauigkeit ihrer örtlichen Auflösung.



**Teil II.**

**Hauptteil**



## 4. Thermodynamische Modellierung

Die dynamischen Prozesse im Kollektorfeld eines Parabolrinnenkraftwerks unterliegen den Gesetzmäßigkeiten der Thermodynamik. Die Rohrströmung des Wärmeträgermediums lässt zudem grundlegende Strömungsmechanik in die theoretische Betrachtung mit einfließen. Da die Temperaturentwicklungen im Fokus stehen, können allerdings mechanische Vereinfachungen im Modell vorgenommen werden. So wird im Sinne der Stromfadentheorie (vgl. Durst [9]) jede Feldgröße über den Rohrquerschnitt gemittelt eingehen, ohne wesentliche Temperaturentwicklungen zu verfälschen. Dazu können (mechanische) Impulsbilanzen im Detail vernachlässigt werden, weil die Geschwindigkeit der Impulsausbreitung alle anderen Ausbreitungsgeschwindigkeiten soweit übersteigt, dass eine zeitlich stationäre Betrachtung ausreicht. Dadurch können die thermodynamischen Modelle und Zustandsgrößen druckunabhängig formuliert werden. In der Folge wird der strömungsmechanische Einfluss allein in der Gleichung zur Massenerhaltung repräsentiert. In einem zweiten Abstraktionsschritt der Modellierung wird dieser Einfluss weiter reduziert, indem das aus den grundlegenden Erhaltungsgleichungen erhaltene (exakte) dynamische Modell (für numerische Simulationen) durch Näherungsmodelle ergänzt wird, die u.a. eine analytische Behandlung ermöglichen.

Die drei fundamentalen Größen werden Fluid- und Receivertemperatur  $T, W$  sowie die Fließgeschwindigkeit  $v$ . Unter Beachtung der örtlichen Ausdehnung des Kollektorfeldes sind diese von Ort und Zeit abhängig:  $T, W, v : \mathbb{R} \times [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ . Dabei sind  $T(t, x)$  und  $W(t, x)$  Temperaturen in  $^{\circ}\text{C}$  und  $v(t, x)$  die Fließgeschwindigkeit in  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### 4.1. Erhaltungsgleichungen

Alle in der Parabolrinne ablaufenden thermodynamischen Prozesse lassen sich durch grundlegende Erhaltungsgleichungen beschreiben. In diesem Abschnitt werden die Energiebilanzen für Absorberrohr und Fluid und die Massenbilanz für das fließende Medium, jeweils in einem Kontrollvolumen der Länge  $dx$ , eingeführt.

#### 4.1.1. Energieerhaltung Absorber

In der Energiebilanz für das Absorberrohr sind drei Wärmeströme beteiligt. Zum einen erzeugt der Parabolspiegel durch die Konzentration der solaren Einstrahlung einen Wärmeeintrag  $\dot{Q}_{solar}$ . Das erhitzte Rohr strahlt aufgrund der Temperaturdifferenz zur Umgebung wiederum Verlustwärme  $\dot{Q}_{loss}$  ab. Und letztendlich wird Energie an das Wärmeträgermedium übertragen: Das Temperaturgefälle zwischen Rohr und Fluid ergibt einen Wärmestrom  $\dot{Q}_{heat}$  (siehe Abb. 4.1).

Wegen der guten Wärmeleitfähigkeit des Absorberrohres kann die Rohrwandtemperatur als radial konstant angenommen werden. Das ergibt pro Kontrollvolumen eine Temperatur  $W(x, t)$  für die Rohrwand. Ihre zeitliche Entwicklung wird dann in der Energieerhaltungsgleichung

$$m_W c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} = \dot{Q}_{solar} - \dot{Q}_{loss} - \dot{Q}_{heat}$$

ausgedrückt. Wärmeeintrag, -verlust und -übertragung sind abhängig von Rohr- und Fluidtemperatur und ebenso zeitlich veränderlich. Für ein genaueres Verständnis werden diese Beziehungen näher erläutert.

#### Solare Einstrahlung

Solare Strahlung, die auf die Erdoberfläche trifft, lässt sich in direkte und diffuse Strahlung aufteilen. Aufgrund der Konzentration von Sonnenstrahlen durch den Parabolspiegel lässt sich nur die direkte Strahlung nutzen. Die effektive Einstrahlintensität in  $\frac{W}{m^2}$  auf der Kollektorfläche ergibt sich aus der  $G_b$  durch geometrische Faktoren und thermische sowie optische Wirkungsgrade der Kollektoren. Sind diese bei Tagesverläufen zu berücksichtigen, so beschränken sich die regelungstechnischen Untersuchungen dieser Arbeit auf Zeitintervalle, in denen eine pauschale Berücksichtigung aller Verlustfaktoren über einen optischen Wirkungsgrad  $\eta_{opt} = 0,75$  ausreicht. Außerdem behalten alle Schlussfolgerungen unabhängig von der tatsächlichen Generierung des verwendeten Wärmeeintrags ihre Gültigkeit, solange realistische Grenzen nicht überschritten werden ( $0 \leq G_b \leq 1000$ ). Wo bei einer ganzheitlichen Betrachtung zwischen Solarstrahlung und effektivem Wärmeeintrag unterschieden wird, verwenden wir ausschließlich eine Größe  $G_b$  für die solare Strahlungsleistung. Daraus errechnet sich der Wärmeeintrag durch

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{solar} &= G_b(t, x) \cdot \eta_{opt} \cdot w_{eff} \cdot dx \\ &= I(t, x) dx. \end{aligned}$$

Dabei ist  $A_{eff} = w_{eff} \cdot dx$  die effektiv bestrahlte Fläche der Parabolspiegel pro Kontrollvolumen und die Umrechnung von direkter Solarstrahlung  $G_b(x, t)$  auf die Spiegelfläche

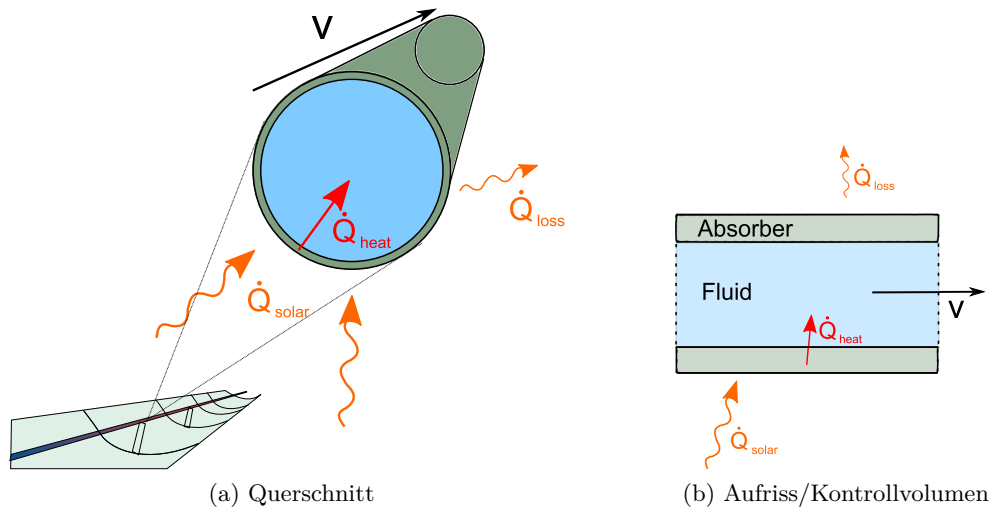


Abbildung 4.1.: Wärmeströme am Absorberrohr der Parabolrinne

in den längenspezifischen Wärmeeintrag ist durch

$$I(t, x) = G_b(t, x) \cdot \eta_{opt} \cdot w_{eff} \quad (4.1)$$

gegeben. Für Details verweisen wir den interessierten Leser auf Schenk und Eck [27].

### Wärmeverlust

Der Wärmeverlust am Absorberrohr aufgrund der Temperaturdifferenz zur Umgebung wird bei hohen Temperaturen durch Wärmestrahlung dominiert, weil es sich innerhalb einer evakuierten Glasröhre befindet (siehe Abb. 4.2)<sup>1</sup>. Wie im Stefan-Boltzmann-Gesetz der Wärmestrahlung geht die Absoluttemperatur  $W_K = W + 273,15$  in vierter Potenz ein. Für diese Arbeit wird die Korrelation  $L = L(W) = -0,103 \cdot W_K + 1,89 \cdot 10^{-9} W_K^4$

<sup>1</sup>Unterabbildungen aus Quaschning [24]

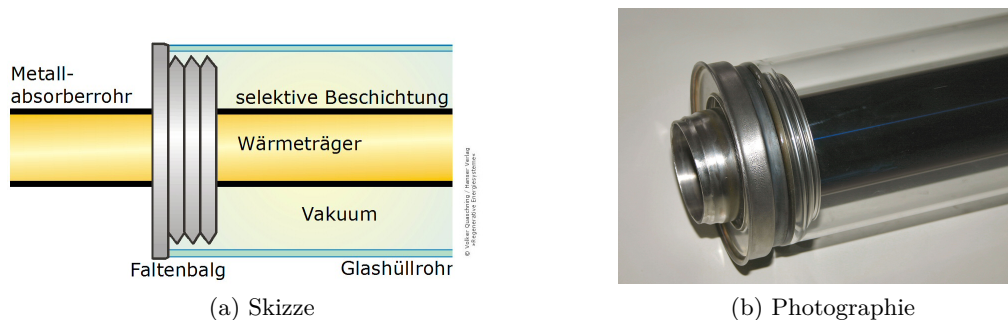


Abbildung 4.2.: Receiver im Detail

#### 4. Thermodynamische Modellierung

nach Burkholder und Kutscher [4] verwendet, die den Wärmeverlust pro Längeneinheit angibt. Damit gilt

$$\dot{Q}_{loss} = L(W)dx.$$

#### Wärmeübertragung Rohr $\rightleftharpoons$ Fluid

Das Gesetz der Wärmeübertragung besagt, dass der Energiefluss zwischen zwei Medien proportional zur Temperaturdifferenz und der Übertragungsfläche ist,  $\dot{Q}_{heat} \propto A_c \cdot (W - T)$ . Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  komplettiert diese Beziehung zur Gleichung der Wärmeübertragung

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{heat} &= \alpha \cdot A_c \cdot (W - T) \\ &= \alpha \cdot \pi \cdot d_i \cdot (W - T)dx \\ &= q \cdot dx.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Er ist abhängig von den Stoffeigenschaften des Flüssigsalzes und der Fließgeschwindigkeit. Wir werden nachfolgend nur die später verwendeten Größen, Gleichungen und Fakten aus der Lehre der Wärmeübertragung aufnehmen. Für Hintergründe und Erklärungen verweisen wir z. B. auf McAdams [21].

In der Ähnlichkeitstheorie der Wärmeübertragung werden, unter anderen, Nußelt-, Reynolds- und Prandtlzahl als (dimensionslose) stoffabhängige Kennzahlen definiert, die für eine Charakterisierung der Wärmeübertragung bei Strömungen herangezogen werden. Zum Beispiel lassen sich Rohrströmungen grob anhand der Reynoldszahl in turbulent ( $Re > 10^4$ ) und nicht turbulent ( $Re < 10^4$ ) einteilen. Da der Wärmeübergangskoeffizient bei turbulenter Strömung deutlich höher liegt, ist

$$Re(T, p, v) = \frac{\rho(T, p) \cdot v \cdot d_i}{\nu(T, p)} > 10^4\tag{4.3}$$

anzustreben. Er kann über die Gleichung  $\alpha = \alpha(T, p, v) = \frac{\lambda(T, p)}{d_i} \cdot Nu(T, p, v)$  bestimmt werden, wobei für die Nußelt-Zahl wiederum viele Korrelationen existieren. Für eine turbulente Rohrströmung und unsere Zwecke ausreichend ist die Dittus-Boelter-Gleichung  $Nu(T, p, v) = 0,0235 \cdot Re(T, p, v)^{0,8} \cdot Pr(T, p)^{0,4}$ , die die erwähnten Kennzahlen miteinander in Verbindung setzt. Für spätere Untersuchungen soll hier erwähnt werden, dass die Fließgeschwindigkeit  $v$  nur in die Reynoldszahl eingeht und die rechte Seite obiger Gleichung in zwei Faktoren aufgeteilt werden kann, von denen einer allein von den Stoffwerten abhängt und die Geschwindigkeit den zweiten bildet:  $Nu = [0,0235 \cdot (Re/v)^{0,8} Pr^{0,4}] \cdot [v^{0,8}]$ . Der Wärmeübergangskoeffizient lässt sich dadurch auch

ausdrücken über

$$\begin{aligned}
 \alpha(T, p, v) &= \frac{\lambda(T, p)}{d_i} \cdot Nu(T, p, v) \\
 &= \frac{\lambda(T, p)}{d_i} \cdot 0,0235 \cdot Re(T, p, v)^{0,8} \cdot Pr(T, p)^{0,4} \\
 &= \frac{\lambda(T, p)}{d_i} \cdot 0,0235 \cdot \left( \frac{\rho(T, p) \cdot d_i}{\nu(T, p)} \right)^{0,8} \cdot Pr(T, p)^{0,4} \cdot v^{0,8} \\
 &= \tilde{\alpha}(T, p) \cdot v^{0,8}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

wenn  $\tilde{\alpha}$  alle (Druck- und) Temperaturabhängigkeiten zusammenfasst.

Von den drei Wärmeströmen zum und vom Absorberrohr lässt sich  $\dot{Q}_{solar}/I(t, x)$  als veränderlicher, äußerer Einfluss auf das System Absorberrohr/Fluid erkennen. Dahingegen hängen Wärmeverlust und -übertragung mit den relevanten Systemgrößen  $W$  und  $T$  zusammen.

#### 4.1.2. Energieerhaltung Fluid

Das Fluid nimmt den übertragenen Wärmestrom  $\dot{Q}_{heat}$  auf und transportiert die Energie durch einen von der Speisepumpe geregelten Fließprozess. Durch die Bewegung ist es notwendig, in der Energiebilanz eine örtliche Energiedifferenz zu berücksichtigen. Hier tritt auch die Enthalpie  $h = u + pv$  als Summe der inneren Energie und Verschiebearbeit auf:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) = \frac{\dot{Q}_{heat}}{V}$$

#### 4.1.3. Massenerhaltung Fluid

Die Massenerhaltung beschreibt den Zusammenhang von Fließgeschwindigkeit  $v$  und der Dichte  $\rho(T, p)$  des Flüssigsalzes:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$

.

#### 4.1.4. System von Erhaltungsgleichungen

Aus den drei Erhaltungsgleichungen ergibt sich folgendes System von Gleichungen, das die dynamischen Prozesse in der Parabolrinne vollständig beschreibt:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) &= \frac{Q_{heat}}{V} \\ m_W c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} &= Q_{solar} - Q_{loss} - Q_{heat}\end{aligned}$$

Diese Gleichungen wurden für ein Kontrollvolumen der Länge  $dx > 0$  hergeleitet. Es ist ohne weiteres möglich, und für eine mathematische Behandlung sinnvoll, eine infinitesimale Beschreibung zu geben. Der Faktor  $dx$  kann in den Gleichungen zwei und drei herausgekürzt werden:

$$\begin{aligned}\frac{Q_{heat}}{V} &= \frac{q \cdot dx}{A \cdot dx} \\ dx \cdot A_W \rho_W c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} &= I \cdot dx - L(W) \cdot dx - q \cdot dx\end{aligned}$$

Das ergibt

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) &= \frac{q}{A} \\ A_W \cdot \rho_W \cdot c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} &= I - L(W) - q\end{aligned}$$



## 4.2. Vereinfachende Annahmen

### 4.2.1. Druckunabhängige Formulierung

Alle intensiven thermodynamischen Zustandsgrößen des Flüssigsalzes hängen grundsätzlich von zwei voneinander unabhängigen, z.B. Druck und Temperatur ab:  $\rho = \rho(T, p)$ ,  $h = h(T, p)$ ,  $\lambda = \lambda(T, p) \dots$  In Hirsch [15] wird der Einfluss des Drucks  $p$  bzw. von Druckschwankungen  $\frac{\partial p}{\partial t}$  auf die Energiebilanzen eines Fluidelements als vernachlässigbar gering festgestellt. Auch Profos [23] arbeitet unter der Annahme stationären Drucks. Deshalb wird in dieser Arbeit das Druckprofil zeitlich stationär angesetzt:  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ . Wegen  $u = h - \frac{p}{\rho}$ , also  $\rho u = \rho h - p$ , kann deshalb die innere Energie  $u$  als Größe des obigen Gleichungssystems aus der zweiten Gleichung eliminiert werden.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) &= \frac{q}{A} \\ A_W \cdot \rho_W \cdot c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} &= I - L(W) - q \end{aligned} \quad (4.5)$$

Weiterhin kann die Abhängigkeit der Stoffwerte des Flüssigsalzes vom Druck vernachlässigt werden. Das ergibt die Beziehungen  $\rho = \rho(T)$ ,  $h = h(T)$ ,  $\lambda = \lambda(T) \dots$  Dadurch verbleiben die Fluidtemperatur  $T$ , die Rohrwandtemperatur  $W$  und die Fluidgeschwindigkeit  $v$  als die drei unabhängigen, gesuchten Größen des obigen Gleichungssystems von Differentialgleichungen. Eine (numerische) Lösung ist daher möglich. Davor ist es allerdings sinnvoll, die in den Differentialoperatoren auftretenden Zustandsgrößen Dichte  $\rho(T)$  und spez. Enthalpie  $h(T)$  zu untersuchen.

### 4.2.2. Lineare Temperaturabhängigkeit von Dichte und spezifischer Enthalpie

Für Dichte  $\rho(T)$  und spez. Wärmekapazität  $c_p(T)$  der Salzmischung werden von Zavoico [31] Korrelationen aufgeführt. Die lineare Abhängigkeit der Dichte,  $\rho(T) = a_0 + a_1 \cdot T$ ,  $a_0 = 2090$ ,  $a_1 = -0,636$  wird übernommen. Da auch für  $c_p(T)$  eine lineare Korrelation besteht, hängt die spez. Enthalpie wegen  $h(T) = \int_{T_0}^T c_p(T) dT$  zunächst quadratisch von der Temperatur ab. Allerdings ist im Temperaturbereich  $T \in [260, 600]$  ein konstanter Ansatz  $c_p(T) \approx \bar{c}_p = 1500 \frac{J}{kg \cdot K}$  mit einer maximalen Abweichung von absolut  $52 \frac{J}{kg \cdot K}$  und relativ 3,3% möglich (siehe Abb. 4.3). Die daraus folgende Korrelation  $h(T) = h_0 + \bar{c}_p \cdot T$  ist mit der Angabe von  $\bar{c}_p$  für diese Arbeit ausreichend bestimmt, weil die spez. Enthalpie ausschließlich differenziert auftritt (siehe (4.5)). Wir haben damit lineare Temperaturabhängigkeiten für Dichte  $\rho(T)$  und spez. Enthalpie  $h(T)$  gewonnen, die die

#### 4. Thermodynamische Modellierung

Integration des Systems (4.5) erleichtern werden.

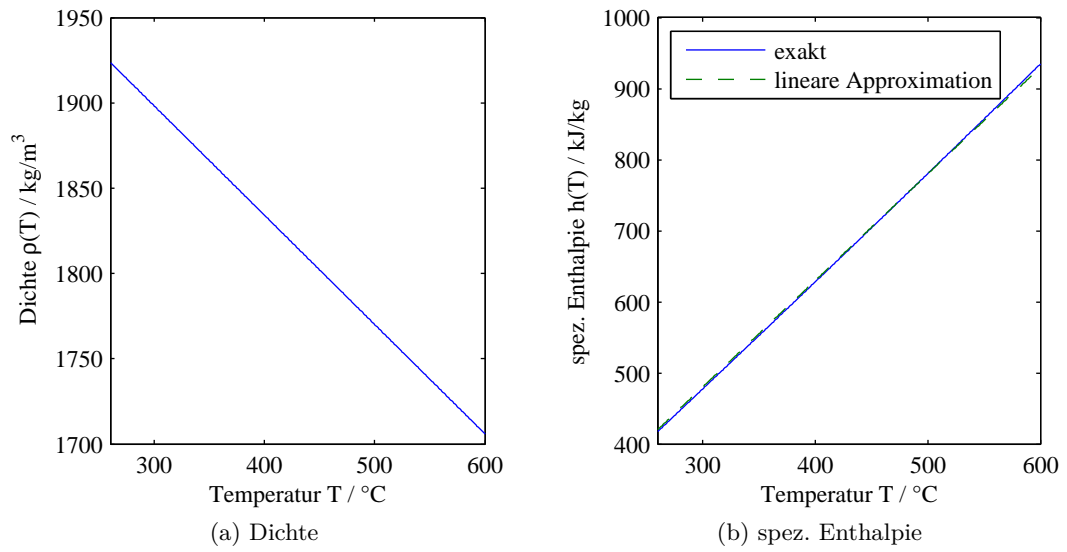


Abbildung 4.3.: Lineare Korrelationen für dynamisch relevante Zustandsgrößen

### 4.3. Differentialgleichungen und deren Lösung

Die drei Erhaltungsgleichungen bilden ein System von (gekoppelten) partiellen Differentialgleichungen für die Größen  $T, W$  und  $v$ . Bevor wir an dessen numerische Lösung gehen, können einige Umformungen vorgenommen werden. Daraus wird sich eine gewöhnliche Differentialgleichung für die Geschwindigkeit ergeben, die von den Bestimmungsgleichungen der Temperaturentwicklung entkoppelt und mithilfe der in dieser Arbeit verwendeten Gesetze der Wärmeübertragung analytisch gelöst werden kann. Es wird auch ersichtlich werden, welche Anfangsbedingungen bei  $t = 0$  und  $x = 0$  für eine Lösung wirklich notwendig sind. Diese analytische Vorbehandlung steigert die Effizienz der später verwendeten numerischen Methoden.

#### 4.3.1. Gleichung für die Geschwindigkeit $v$

Die zweite Gleichung  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) = \frac{q}{A}$  ist nach Kettenregel ausgeschrieben

$$\rho \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot v \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{q}{A}.$$

Die Korrelationen für Dichte und spezifische Enthalpie werden genutzt, um zeitliche und örtliche Ableitung der spez. Enthalpie gemäß  $\frac{\partial h}{\partial \xi} = \frac{\bar{c}_p}{a_1} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \xi}$ ,  $\xi \in \{t, x\}$  zu ersetzen:

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{\bar{c}_p}{a_1} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot v \cdot \frac{\bar{c}_p}{a_1} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot h \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} &= \frac{q}{A}. \\ (\rho \cdot \frac{\bar{c}_p}{a_1} + h) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \cdot (\rho \cdot \frac{\bar{c}_p}{a_1} + h) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{q}{A}. \end{aligned}$$

Schließlich erlaubt die Gleichung zur Massenbilanz die Darstellung  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot v) = -v \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial x}$  und die  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ -Terme heben sich nach Einsetzen auf. Es bleibt

$$-\rho^2 \cdot \frac{\bar{c}_p}{a_1} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{q}{A}$$

als gewöhnliche Differentialgleichung für die Geschwindigkeit  $v$ , wobei  $\rho = \rho(T)$  und  $q = q(T, v)$  zu beachten sind.

### 4.3.2. Analytische Lösung der Gleichung für die Geschwindigkeit

Wird die rechte Seite mithilfe der Gleichungen (4.2) und (4.4) zur Wärmeübertragung dargestellt, ist diese Differentialgleichung durch Trennung der Variablen lösbar.

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x}(t, x) &= -\frac{a_1}{\bar{c}_p \cdot A} \cdot \pi d_i \cdot \frac{\tilde{\alpha}(T) \cdot (W - T)}{\rho^2(T)} \cdot v^{0,8} \\ \int_{v_{in}}^{v(x)} v^{-0,8} dv &= -\frac{a_1}{\bar{c}_p \cdot A} \cdot \pi d_i \cdot \int_0^x \frac{\tilde{\alpha}(T) \cdot (W - T)}{\rho^2(T)} dx \\ v(t, x) &= \left( v_{in}^{0,2}(t) - \frac{1}{5} \cdot \frac{a_1}{\bar{c}_p \cdot A} \cdot \pi d_i \cdot \int_0^x \frac{\tilde{\alpha}(T(t, x)) \cdot (W(t, x) - T(t, x))}{\rho^2(T(t, x))} dx \right)^5\end{aligned}\quad (4.6)$$

Für jeden (festen) Zeitpunkt kann damit zu gegebenem Temperaturprofil das Geschwindigkeitsprofil über die gesamte Kollektorlänge berechnet werden, wenn der Anfangswert  $v(t, 0) = v_{in}(t)$  vorgegeben wird. Als „Anfangsbedingung“ recht unscheinbar, ist diese Fließgeschwindigkeit am Kollektoreintritt und ihre Regelung Kernpunkt dieser Arbeit.

### 4.3.3. Gleichungen für die Temperaturen T und W

Aus der Gleichung zur Energieerhaltung des Fluids lässt sich eine partielle Differentialgleichung der Temperatur herleiten. Erneutes Ausnutzen der Massenbilanz lässt in

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) &= \frac{q}{A} \\ h\left(\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v)\right) + \rho\left(\frac{\partial}{\partial t}h + v\frac{\partial}{\partial x}h\right) &= \frac{q}{A}\end{aligned}$$

den ersten Summanden verschwinden. Die Korrelation der Enthalpie führt dann auf  $\rho(T)\bar{c}_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{q}{A}$ . Zusammen mit der Gleichung  $A_W \cdot \rho_W \cdot c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} = I - L(W) - q$  für die Rohrwandtemperatur erhalten wir das System von gekoppelten, nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung:

$$\begin{aligned}k_T(T) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right) &= q(T, W, v) \\ k_W \cdot \frac{\partial W}{\partial t} &= I - L(W) - q(T, W, v)\end{aligned}\quad (4.7)$$

mit  $k_T(T) = A \cdot \bar{c}_p \cdot \rho(T)$  und  $k_W = A_W \cdot c_{p,W} \cdot \rho_W$ .

## 4.3.4. Numerische Lösung

Aufgrund der Kopplung beider Temperaturgleichungen durch die Wärmeübertragung, repräsentiert über  $q = q(T, W, v)$ , und dem nichtlinearen Charakter wird eine numerische Lösung der Differentialgleichungen herangezogen. Dafür werden die folgenden örtlichen und zeitlichen Diskretisierungen vorgenommen: Erstens kehren wir zum üblichen Bild eines Kontrollvolumens zurück, indem die kontinuierlichen Temperaturprofile über dem Intervall  $[0, L]$  in  $n$  Kontrollvolumen derselben Länge  $dx > 0$  mit jeweils konstanter Temperatur zerlegt werden, d.h. aus  $T = T(t, x)$  wird  $T = (T_1(t), T_2(t), \dots, T_n(t))$  (siehe Abb. 4.4). Die örtliche Ableitung  $\frac{\partial T}{\partial x}$  ersetzen wir für jedes Kontrollvolumen nach dem impliziten Euler-Verfahren durch  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, x_i) = \frac{\partial T}{\partial x}(t, i \cdot dx) = \frac{T_i(t) - T_{i-1}(t)}{dx}$ . Die Randbedingungen am Kollektoreintritt werden durch  $T_0 := T_{in}$  berücksichtigt. Zweitens wird das Zeitintervall  $[0, \tau]$  ebenfalls äquidistant zerlegt und die zeitlichen Ableitungen für jeden Zeitpunkt  $0 = t_0, t_1, \dots, t_m$  durch die explizite Euler-Variante ersetzt:  $\frac{\partial T_i}{\partial t}(t_j) = \frac{T_i(t_{j+1}) - T_i(t_j)}{dt}$  (analog für  $W(t, x)$ ). Die nötigen Anfangsbedingungen werden z.B. durch  $T_i(0) = W_i(0) = T_{in}$  gesetzt. Die Berechnung erfolgt dann nach dem Schema

$$\begin{aligned} T_i(t_{j+1}) &= T_i + dt \cdot \left( \frac{q(T_i, W_i, v_i)}{k_T(T_i)} - v_i \cdot \frac{T_i - T_{i-1}}{dx} \right) \Big|_{t_j} \\ W_i(t_{j+1}) &= W_i + dt \cdot \frac{1}{k_W} \left( I_i - L(W_i) - q(T_i, W_i, v_i) \right) \Big|_{t_j} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Nachdem die Anfangstemperaturen  $T(0, x)$  und  $W(0, x)$  eingegeben sind, kann also in jedem Zeitschritt  $t_j \rightarrow t_j + 1$  zunächst das Geschwindigkeitsprofil aus Gleichung (4.6) bestimmt werden, um danach mithilfe von Gleichung (4.8) den zeitlichen Temperaturverlauf zu berechnen.

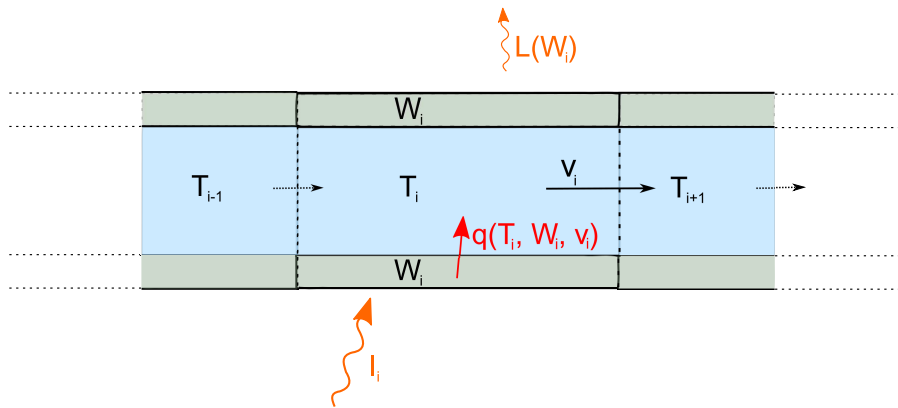


Abbildung 4.4.: Kontrollvolumen

## 4.4. Näherungslösungen

Das grundlegende System von Differentialgleichungen ist

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho(T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho(T) \cdot v) &= 0 \\ k_W \frac{\partial}{\partial t}W &= I - L(W) - q(T, W, v) \\ k_T(T) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t}T + v \frac{\partial}{\partial x}T\right) &= q(T, W, v).\end{aligned}$$

Die folgenden Vereinfachungen sind für ein Näherungsmodell möglich:

**1. Konstante Stoffwerte im Temperaturbereich  $T \in [300, 600]^\circ\text{C}$**  Die Dichte des Flüssigsalzes liegt zwischen  $1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  und  $1900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Die zeitlichen und örtlichen Änderungen der Dichte sind so gering, dass  $\rho(T) = \bar{\rho} = 1900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  angenommen werden kann<sup>2</sup>. Damit reduziert sich die erste Gleichung auf  $\frac{\partial v}{\partial x}(t, x) = 0$ . Deswegen ist  $v(t, x) = v(t, 0) = v_{in}(t)$  und für dynamische Betrachtungen nur noch die Geschwindigkeit  $v_{in}(t)$  am Kollektoreintritt zu beachten<sup>3</sup>. Damit wird außerdem  $k_T(T) = A \cdot \bar{c}_p \cdot \rho(T) = A \cdot \bar{c}_p \cdot \bar{\rho} = 9168 \frac{\text{J}}{\text{K m}}$  temperaturunabhängig. Konstante Stoffwerte werden auch von Zunft [32] für Öl als Wärmeträgermedium als gute Näherung gesehen.

**2. (Linearer) Wärmeverlust in Abhängigkeit von der Fluidtemperatur** Der Wärmeverlust resultiert aus einer Temperaturdifferenz zwischen Receiver und Umgebung. Die Temperaturdifferenz zwischen Receiver und Fluid liegt im Bereich von  $0\text{K}$  bis  $10\text{K}$  und ist im Vergleich zur Receivertemperatur so klein, dass der Ansatz  $L(W) \approx L(T + \Delta\vartheta)$  mit einer mittleren Übertemperatur  $\Delta\vartheta$  gerechtfertigt ist. Für eine Näherung ausreichend genau ist  $\Delta\vartheta = 5\text{K}$ .

Die Funktion  $L$  des Wärmeverlusts ist ein Polynom vierten Grades bzgl. der Rohrwandtemperatur  $W$ . Der Betriebsbereich  $300\text{--}550^\circ\text{C}$  erlaubt eine lineare Approximation mit einer maximalen Abweichung von  $64 \frac{\text{W}}{\text{m}}$ . (siehe Abb. 4.5). Im Vergleich mit den Größenordnungen der Einstrahlung  $I$  und dem übertragenen Wärmestrom  $q$  ist diese Abweichung vernachlässigbar klein (vgl. Camacho et al. [6]).

Insgesamt bekommen wir eine vereinfachte Version des Wärmeverlusts  $L(W) \approx L(T + 5) \approx l_0 + l_1 \cdot T$  mit  $l_0 = -740 \frac{\text{W}}{\text{m}}$  und  $l_1 = 2,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

<sup>2</sup>Die Wahl des oberen Wertes geschieht, um den Eintrittsmassenstrom  $\dot{m}_{in} = A \cdot v_{in} \cdot \rho(T_{in})$  trotz konstanter Dichte korrekt abzubilden.

<sup>3</sup>Bei späterer Verwendung dieser Vereinfachung wird ohne Verwechslungsgefahr  $v_{in}(t) = v(t)$  geschrieben.

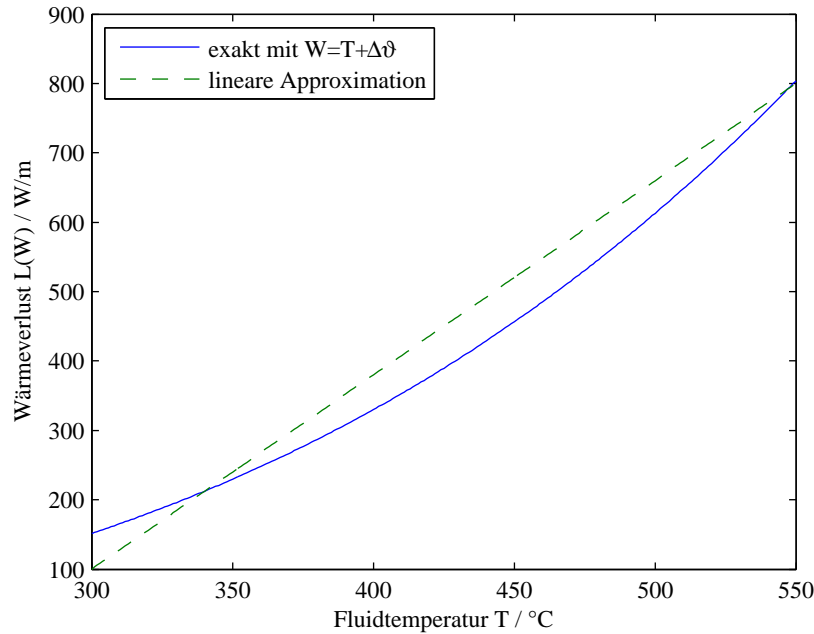


Abbildung 4.5.: Wärmeverlust des Absorberrohres

**3. Rohrwandgleichung quasistationär** In der Differentialgleichung für die Rohrwandtemperatur bestimmt nach der rechten Seite vor allem die Konstante  $k_W \approx 2525 \frac{W s}{K m}$  die tatsächliche Änderungsgeschwindigkeit. Im Vergleich zu  $k_T = 9168 \frac{W s}{K m} \approx 4 \cdot k_W$  und der Gleichung für die Fluidtemperatur fällt auf, dass bei gleichen Größenordnungen der rechten Seiten die Änderung  $\frac{\partial W}{\partial t}$  nicht nur 4-fach schneller geschieht, sondern sich die langsamere Änderung der Fluidtemperatur auch in zeitliche und örtliche Anteile aufteilt. Diese Geschwindigkeitsunterschiede lassen in vielen Fällen die Näherung  $\frac{\partial W}{\partial t}(x, t) = 0$  zu, weil die Wandtemperatur in kurzer Zeit einen (nahezu) stationären Wert erreicht, für den  $0 = I - L(W) - q(T, W, v)$  gilt. Diese letzte Vereinfachung ist im Sinne einer realitätstreuen Abbildung der Kollektordynamik am kritischsten zu betrachten. Trotzdem ist sie für viele Betriebsszenarien mit noch folgenden Einschränkungen an Stör- und Regelgrößen hinreichend genau. Außerdem wird sie mehr Einblick in die dynamischen Beziehungen geben und in die Reglersynthese des nichtlinearen Reglergesetzes eingehen.

#### 4. Thermodynamische Modellierung

Mit diesen drei Vereinfachungen erhalten wir eine entkoppelte, lineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung für die Fluid-Temperatur. Denn Gleichung 2 gibt  $q(T, W, v) = I - L(W) \approx I - (l_0 + l_1 T)$  und, eingesetzt in Gleichung drei,

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t, x) + v_{in}(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, x) = -\frac{l_1}{k_T} T(t, x) + \frac{I(t, x) - l_0}{k_T} \quad (4.9)$$

Für eine numerische Analyse ergibt die in Abschnitt 4.3.4 verwendete Diskretisierung die Bestimmungsgleichung

$$\begin{aligned} T_i(t_{j+1}) &= T_i + dt \cdot \left( -\frac{l_1}{k_T} T_i + \frac{I_i - l_0}{k_T} - v_{in} \cdot \frac{T_i - T_{i-1}}{dx} \right) \Big|_{t_j} \\ T_0 &= T_{in}. \end{aligned}$$



## 4.5. Validierung

Die beiden Modelle für die Dynamik der Parabolrinne wurden aus grundlegenden Erhaltungsgleichungen hergeleitet. Dabei wurden einige Vereinfachungen übernommen und vorgenommen, die die weitere Behandlung erleichtern. Inwiefern durch diese Vereinfachungen Abweichungen von den realen dynamischen Prozessen im Parabolrinnenkraftwerk entstehen, kann mit einer Validierung der Modelle überprüft werden. Die Validierung geschieht in dieser Arbeit indirekt über das am DLR bereits validierte Modell, das die Programmiersprache Modelica mit Entwicklungsumgebung Dymola nutzt. Insgesamt werden zwei Szenarien betrachtet.

Der Abbildung 4.6 ist das Verhalten der Austrittstemperatur bei jeweils sprunghafter Änderung von Eintrittsgeschwindigkeit in und Einstrahlung auf das Receiverrohr zu entnehmen. Die maximalen und stationären Abweichungen vom Dymola-Modell sind in Tabelle 4.1 dargestellt. Die Abbildung des exakten dynamischen Modells in Matlab zeigt keine wesentlichen Differenzen zum Dymola-Modell. Das stationäre Verhalten im Näherungsmodell ist ebenfalls gleichwertig, was auf die Gültigkeit der Vereinfachungen 1 und 2 schließen lässt. Die Vernachlässigung der Dynamik der Receivertemperatur zeigt sich in den deutlichen maximalen Temperaturabweichungen an den Sprungstellen. Eine quasistationäre Näherung der Receivertemperatur ist nur verwendbar, solange  $\frac{\partial W}{\partial t} \approx 0$  die meiste Zeit gültig ist! Dass die Näherung trotzdem oft für eine Schätzung des Verhaltens herangezogen werden kann, zeigt ein Betriebsszenario mit sprunghaften Änderungen von Einstrahlung und Geschwindigkeit (siehe Abb. 4.7). Die maximale Abweichung der Näherungslösung an der Sprungstelle liegt bei 2K.

Temperaturabweichungen [K]	exaktes Modell		Näherungsmodell	
	max.	stat.	max.	stat.
Validierungsszenario 1	1,2	0,8 / 0,7	12,1	0,2 / 0,3
Validierungsszenario 2	0,9	0,8 / 0,1	25,0	0,2 / 2

Tabelle 4.1.: Abweichungen der dynamischen Modelle von Ergebnissen mit Modelica/Dymola

#### 4. Thermodynamische Modellierung

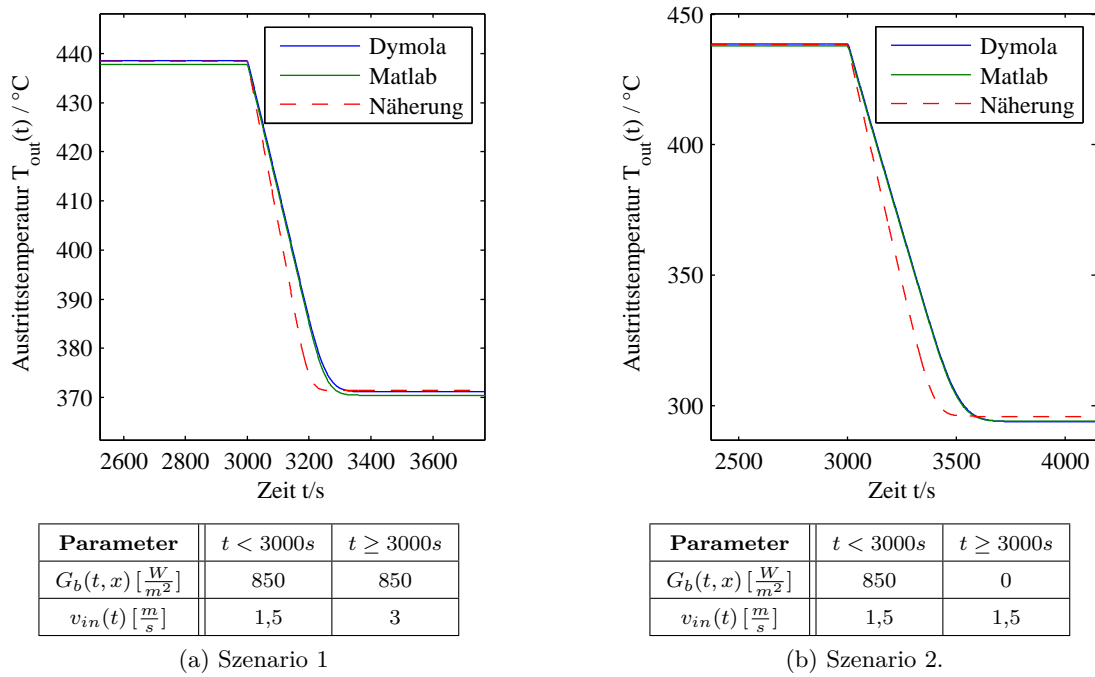


Abbildung 4.6.: Validierung

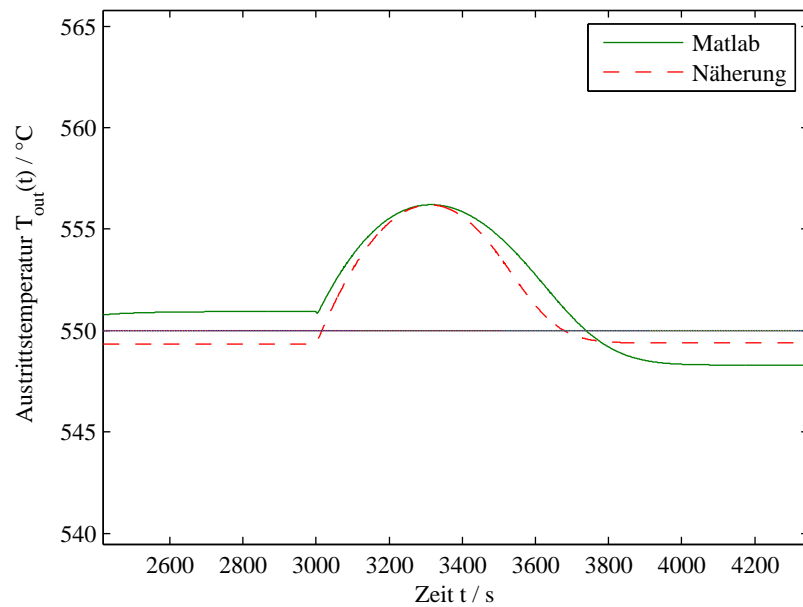


Abbildung 4.7.: Gültigkeit des vereinfachten Modells

## 5. Systeme hyperbolischer partieller Differentialgleichungen

Das vorangegangene Kapitel liefert ein grundlegendes Modell zur Beschreibung der Kollektordynamik. Daneben wurden weitere vereinfachende Modellannahmen auf ihre Gültigkeit hin überprüft. Allen Modellansätzen ist gemein, dass sich die Fluidodynamik durch eine hyperbolische partielle Differentialgleichung erster Ordnung beschreiben lässt. Der dafür wesentliche Term  $\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x}$  ist durch die nichtlineare Verknüpfung von Fließgeschwindigkeit und Fluidtemperatur geprägt. Trotz dieser Nichtlinearität bilden die vereinfachten Modelle lineare Systeme bzgl.  $T$  und  $W$  und sind für einige Methoden der linearen Systemanalyse geeignet. Für die Gleichung (4.9) lässt sich für geeignete Steuerungen eine analytische Lösung angeben.

Die Validierung des letzten Kapitels zeigt, dass die hergeleiteten Prozessmodelle grundsätzlich dazu geeignet sind, die Kollektordynamik in Simulationen ausreichend genau abzubilden. Die unterschiedliche Gültigkeit konstanter Stoffwerte und des linearen Wärmeverlusts gegenüber einer quasistationären Receiverdynamik als mögliche Vereinfachungen führt zusammen mit dem zugrundeliegenden Prozessmodell im Wesentlichen auf drei verschiedene Modellierungsansätze. Da jeder dieser drei in späteren Teilen der Arbeit Verwendung finden wird, werden sie noch einmal zusammengefasst und näher erläutert.

### 5.1. Simulationsmodell

Für jede Simulation wird das grundlegende, exakte Modell herangezogen. Die Beziehungen (4.7) und (4.6) für die Größen  $T, W, v : \mathbb{R} \times [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$  lassen sich im System

$$\begin{aligned} k_T(T) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= q(W, T, v) \\ k_W \cdot \frac{\partial W}{\partial t} &= I - L(W) - q(W, T, v) \\ v &= \left( v_{in}^{0,2} - \frac{1}{5} \cdot \frac{a_1}{c_p \cdot A} \cdot \pi d_i \cdot \int_0^x \frac{\tilde{\alpha}(T) \cdot (W - T)}{\rho^2(T)} dx \right)^5 \end{aligned} \quad (5.1)$$

## 5. Systeme hyperbolischer partieller Differentialgleichungen

zusammenfassen. Die analytische Lösung für die Geschwindigkeit wird wie in Abschnitt 4.3 beschrieben durch die numerische Lösung der Temperaturen (4.8) ergänzt.

### 5.2. Modell für MPR und Übertragungsfunktionen

Die Annahmen 1 und 2 aus Abschnitt 4.4 ergeben ein gutes Näherungsmodell. Das System (5.1) wird zu

$$\begin{aligned} k_T \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \tilde{\alpha} \pi d_i \cdot v^{0,8} (W - T) \\ k_W \cdot \frac{\partial W}{\partial t} &= I - (l_0 + l_1 \cdot T) - \tilde{\alpha} \pi d_i \cdot v^{0,8} (W - T) \\ v &= v_{in} \end{aligned} \quad (5.2)$$

und die Gleichung für die Geschwindigkeit wird obsolet. Die zwei verbleibenden Gleichungen bilden ein System gekoppelter linearer partieller Differentialgleichungen erster Ordnung für die Temperaturen. Die Geschwindigkeit  $v(t)$  hängt von der Zeit ab, die Einstrahlungsdichte  $I(t, x)$  von Ort und Zeit.

Die fehlenden und vereinfachten Temperaturabhängigkeiten bedeuten eine Zeitersparnis bei der numerischen Lösung, weil während der Berechnungen kein dynamischer Abruf der Größen  $\rho(T)$ ,  $\tilde{\alpha}(T)$  und  $L(W)$  notwendig ist. Deswegen eignet sich das Modell als internes Modell für die MPR und wird später zur Prädiktion herangezogen (siehe Abschnitt 7.3). Außerdem lassen sich aus diesem (bzgl.  $T$  und  $W$ ) linearen Modell für den unregelmäßigen Fall  $v_{in}(t) = \text{const.}$  Übertragungsfunktionen gewinnen (siehe Abschnitt 6.2).

### 5.3. Receiverunabhängiges Modell

Das lineare Modell

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t, x) + v_{in}(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, x) = -\frac{l_1}{k_T} T(t, x) + \frac{I(t, x) - l_0}{k_T} \quad (5.3)$$

nach Gleichung (4.9) ist von der Receiverdynamik entkoppelt. In Johansen und Storaa [17], Tóth, Nagy und Szeifert [28] und Barao, Lemos und Silva [2] wird zusätzlich  $\frac{l_1}{k_T} = \frac{2,8}{9168} \ll 1$  vernachlässigt. Trotzdem dieses Modell die Kollektordynamik nicht exakt abbildet, können einige Eigenschaften des Modellverhaltens daran abgeleitet werden. In einer stationären Analyse ist es mit (5.2) gleichwertig. Wir stellen deswegen eine weitere Vereinfachung der dynamischen Systembeschreibung vor.

Gleichung (4.9) kann mithilfe der Methode der Charakteristiken auf eine gewöhnliche Differentialgleichung reduziert werden. Dafür führen wir neue Koordinaten ein, die auch als mitbewegte Koordinaten bezeichnet werden können. Für ein Fluidpartikel, das zum Zeitpunkt  $t_{in}$  in das Absorberrohr eintritt, sind Ort  $x$  und Zeit  $t$  durch die Hinzunahme der Verweildauer  $s$  festgelegt. Die Koordinatentransformation schreibt sich

$$\phi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, (s, t_{in}) \mapsto \phi(s, t_{in}) = (t(s, t_{in}), x(s, t_{in})) = (t_{in} + s, \int_{t_{in}}^{t_{in}+s} v_{in}(\tau) d\tau). \quad (5.4)$$

Die Charakteristiken der partiellen Differentialgleichung sind nun die Kurven  $\phi_{t_{in}}(s) = (t_{in}(s), x_{t_{in}}(s))$  für  $s \in \mathbb{R}$  und festes  $t_{in}$ . Bezeichnet  $\hat{T}(s, t_{in}) := T(\phi(s, t_{in}))$  die Fluid-Temperatur bzgl. der neuen Koordinaten, so erhalten wir eine gewöhnliche Differentialgleichung bzgl. der Verweildauer  $s$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{T}}{\partial s}(s, t_{in}) &= \nabla T(\phi(s, t_{in})) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial s}(s, t_{in}) \\ &= \nabla T(\phi(s, t_{in})) \cdot (1, v_{in}(t_{in} + s)) \\ &= \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) |_{\phi(s, t_{in})} \\ &= \left( -\frac{l_1}{k_T} T + \frac{I - l_0}{k_T} \right) |_{\phi(s, t_{in})} \\ &= -\frac{l_1}{k_T} \hat{T}(s, t_{in}) + \frac{I(\phi(s, t_{in})) - l_0}{k_T} \end{aligned}$$

Wenn Geschwindigkeit  $v_{in}(t)$  und Einstrahlung  $I(t, x)$  ausreichend glatte Funktionen sind, dann ist die Lösung dieser linearen Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \hat{T}(s, t_{in}) &= e^{-\frac{l_1}{k_T} s} \cdot \hat{T}(0, t_{in}) + \int_0^s e^{-\frac{l_1}{k_T} (s-\tau)} \cdot \frac{I(\phi(\tau, t_{in})) - l_0}{k_T} d\tau \\ &= e^{-\frac{l_1}{k_T} s} \cdot T_{in}(t_{in}) + \int_0^s e^{-\frac{l_1}{k_T} (s-\tau)} \cdot \frac{I(\phi(\tau, t_{in})) - l_0}{k_T} d\tau. \end{aligned} \quad (5.5)$$



## 6. Modellverhalten

In jede prozessangepasste Regelung fließen Kenntnisse des dynamischen Verhaltens ein. Ein PI-Regler braucht einen stationären Auslegungspunkt, eine Kompensation der Störeinflüsse bei der linearen Reglersynthese benötigt die Kenntnis der Störungsübertragung auf die Regelgröße und jede MPR gebraucht ein Prozessmodell. Als Vorbereitung auf den Reglerentwurf in Kapitel 7 werden Aspekte des Modellverhaltens studiert, die die Zusammenhänge zwischen solarer Einstrahlung  $G_b(t, x)$  als Störgröße und der Fließgeschwindigkeit  $v_{in}(t)$  als Stellgröße in Bezug auf eine Austrittstemperatur  $T_{out}(t) = T_{soll}$  aufzeigen. Dabei werden die Modelle aus Kapitel 5 verwendet.

Abschnitt 6.1 beleuchtet stationäre Zusammenhänge, in Abschnitt 6.2 wird der Einfluss von Einstrahlungsschwankungen auf die Austrittstemperatur bei konstanten Geschwindigkeiten analysiert und grundlegende Fragen der Regelbarkeit beantwortet Abschnitt 6.3.

Die Abschnitte 6.1 und 6.2 arbeiten in Hinblick auf lineare Übertragungseigenschaften mit Störsignalen  $I(t, x)$  der Form

$$\begin{aligned} I(t, x) &= I_0 + \hat{A} \cdot \sin(\omega t \pm \frac{2\pi}{l}x) \\ &= \text{Im}(I_0 + \hat{A} \cdot e^{i(\omega t \pm \frac{2\pi}{l}x)}) \end{aligned} \quad (6.1)$$

Hierbei schwankt die Einstrahlung also um den Wert  $I_0 \in \mathbb{R}$  mit Amplitude  $\hat{A} \in \mathbb{R}$  und Frequenz  $\omega \in \mathbb{R}$ . Das Vorzeichen entscheidet über die Ausbreitungsrichtung der Störung, während  $l \in \mathbb{R}$  die örtliche Periodenlänge beschreibt. Der Spezialfall  $\hat{A} = 0$  steht für stationäre Störgrößen in Ort und Zeit. Im Übergang  $\omega \rightarrow 0$  bzw.  $l \rightarrow \infty$  erhält man jeweils zeitlich bzw. örtlich (quasi-)stationäre Einstrahlungsszenarien.

### 6.1. Stationäre Zustände

Aus Gleichung (5.5) lässt sich eine erste stationäre Beziehung zwischen Einstrahlung und Fließgeschwindigkeit in Bezug auf eine Austrittstemperatur  $T_{out}(t) = T_{soll}$  folgern. Für stationäre Größen  $I(\phi(s, t_{in})) = I_0$ ,  $T_{in}(t_{in}) = T_{in}$ ,  $v_{in}(\tau) = v_{in}$  ist  $\hat{T}(s, t_{in}) = \hat{T}(s)$

## 6. Modellverhalten

und mit dem Ziel  $\hat{T}(s) = T_{soll}$  ergibt sich zunächst die nötige Durchlaufzeit

$$s = -\frac{k_T}{l_1} \cdot \ln \left[ \frac{I_0 - (l_0 + l_1 T_{soll})}{I_0 - (l_0 + l_1 T_{in})} \right]$$

und aus der Koordinatentransformation wegen  $\mathbf{L} = s \cdot v_{in}$  schließlich

$$v_{in} = -\frac{\mathbf{L} \cdot l_1}{k_T \cdot \ln \left[ \frac{I_0 - (l_0 + l_1 T_{soll})}{I_0 - (l_0 + l_1 T_{in})} \right]}. \quad (6.2)$$

Die Werte  $v_{in}$  einer stationären Regelung sind in Abbildung 6.1 über dem Bereich  $G_b \in [200, 1000]$  aufgetragen.

Als Auslegungspunkt der Einstrahlung gilt ein Wert von  $G_b = 850 \frac{W}{m^2}$ . Die entsprechende Geschwindigkeit  $v_{in} = 0,79 \frac{m}{s}$  wird als Betriebspunkt in die lineare Regelung eingehen. Die Frage nach (stationär) regelbaren Einstrahlungswerten nimmt später Abschnitt 6.3.1 auf.

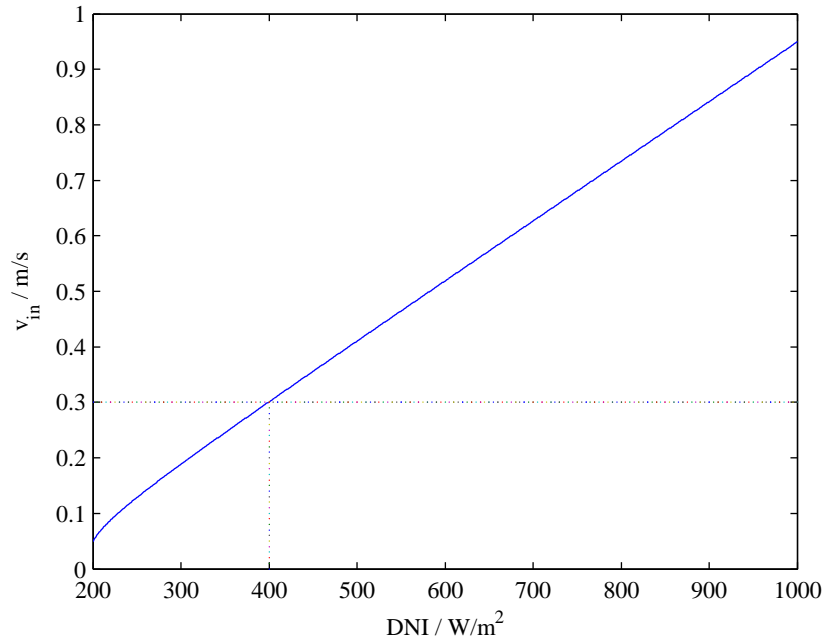


Abbildung 6.1.: Stationäre Regelung

## 6.2. Störgrößenübertragung

Im Fokus dieses Abschnitts liegt das Übertragungsverhalten von Störungen der Form (6.1) auf Schwankungen  $T_{out}(t) = T_{soll} + \tilde{A} \cdot \sin(\omega t + \tilde{\varphi})$  der Austrittstemperatur im linearen Modell (5.2). Diese Schwingungen selber Frequenz um die Soll-Temperatur stel-



len sich im ungeregelten Fall  $v_{in} = v_{in}(I_0)$  ein. Amplitude  $\tilde{A}$  und Phasenverschiebung  $\tilde{\varphi}$  ergeben sich aus Betrag und Argument der Übertragungsfunktion<sup>1</sup>

$$G(\omega, l) = \frac{\eta_{opt} \cdot w_{eff}}{k_W} \cdot \frac{b}{i\omega + d} \cdot \frac{al}{l \cdot f(i\omega) \mp ia2\pi} \cdot (e^{\mp i \frac{2\pi}{l} \mathbf{L}} - e^{-\frac{f(i\omega)}{a} \mathbf{L}}) \quad (6.3)$$

die aufgrund der örtlichen Ausdehnung der Störung auch von der Wellenlänge abhängt. Die Berechnung der Übertragungsfunktion  $G(\omega, l)$  befindet sich im Anhang (siehe Abschnitt A). Die Wahl des Vorzeichens richtet sich nach der in Gleichung (6.1) und entspricht jeweils einer Ausbreitungsrichtung der Störung in Bezug auf die Strömungsrichtung des Fluids. Sie werden getrennt voneinander betrachtet, weil sie unterschiedliches Störverhalten zeigen.

### 6.2.1. Ausbreitung entgegen der Strömungsrichtung

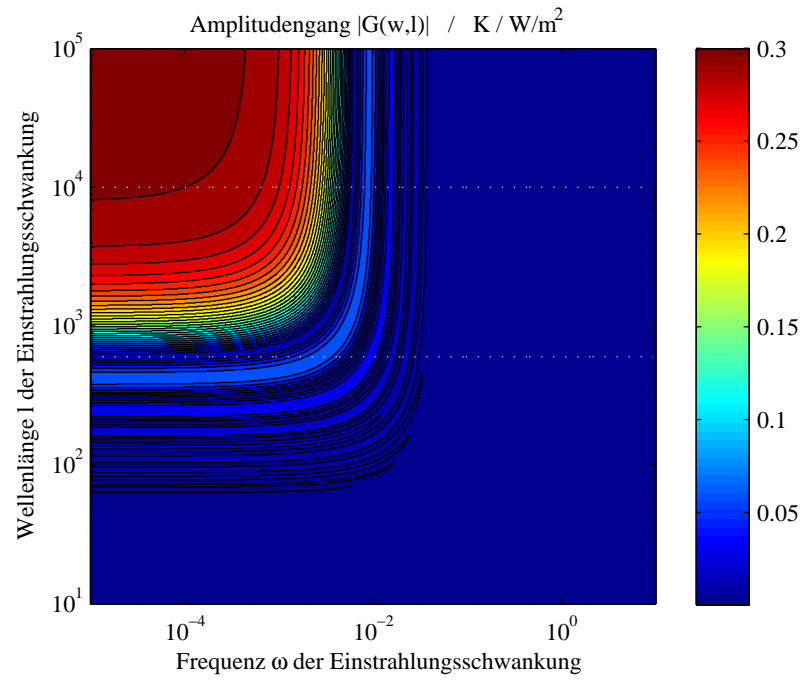
Eine Ausbreitung der Störung entgegen der Strömungsrichtung äußert sich im positiven Vorzeichen:  $I(t, x) = I_0 + \hat{A} \cdot \sin(\omega t + \frac{2\pi}{l} x)$ .

Die Amplitudenübertragung für eine Störung mit  $l = 10^4$  zeigt Abbildung 6.2b. Nach einem Bereich von niederen Frequenzen ( $\omega < 10^{-3}$ ), die hauptsächlich eine statische Verstärkung der Störung von  $0,3 K / \frac{W}{m^2}$  bewirken, fällt die Amplitudenverstärkung in  $10^{-3} < \omega < 6 \cdot 10^{-3}$  auf 5% ab und zeigt dann Resonanzverhalten, bis sie ab etwa  $\omega = 0,1 Hz$  zu vernachlässigen ist.

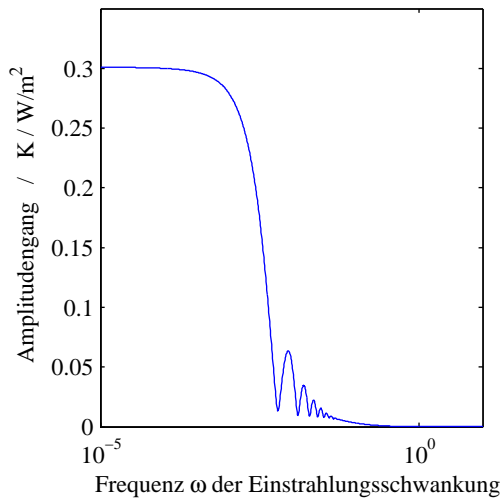
Dass sich eine örtliche Auflösung der Störgröße auf das Störverhalten auswirkt, zeigt sich zum Beispiel für  $l = 600$  (siehe Abb. 6.2c). Die Amplitudenverstärkung liegt im ersten Bereich bei unter 5%, steigt dann bis zum ersten und höchsten Resonanzmaximum von etwa 0,06 bei einer Frequenz von  $\omega = 6 \cdot 10^{-3}$ . Der Verlauf für  $\omega > 6 \cdot 10^{-3}$  entspricht dem vorherigen.

Eine zusammenfassende Darstellung der Einflüsse von Frequenz und Wellenlänge auf die Amplitudenverstärkung zeigt Abbildung 6.2a. Das Plateau von maximalen Verstärkungen lässt sich näherungsweise als Bereich  $(\omega, l) \in [0, 6 \cdot 10^{-3}] \times [600, 10^5]$  beschreiben. Es umschließt den Bereich von Parametern  $(\omega, l)$ , die wegen geringer Frequenz  $\omega$  oder großer Ausdehnung  $l$  der Störung quasi als stationär angesehen werden können. Von den betrachteten Störungen entgegen der Strömungsrichtung üben solche vernachlässigbar geringen Einfluss auf die Austrittstemperatur aus, deren Wellenlänge klein,  $l < 600$ , oder deren Frequenz groß  $\omega > 6 \cdot 10^{-3}$ , ist.

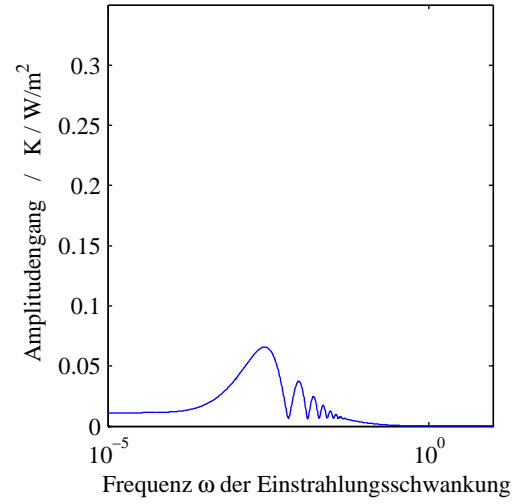
<sup>1</sup>Zur Abkürzung wurden Konstanten  $a = v_{in}$ ,  $b = \frac{\alpha \pi d_i}{k_T}$ ,  $c = \frac{(\alpha \pi d_i - l_1)}{k_W}$ ,  $d = -\frac{\alpha \pi d_i}{k_W}$  und die Funktion  $f(s) = s + b - \frac{bc}{s+d}$  eingeführt.



(a) Amplitudengang von Störungen entgegen der Strömungsrichtung



(b)  $l = 10^4 \text{ m}$



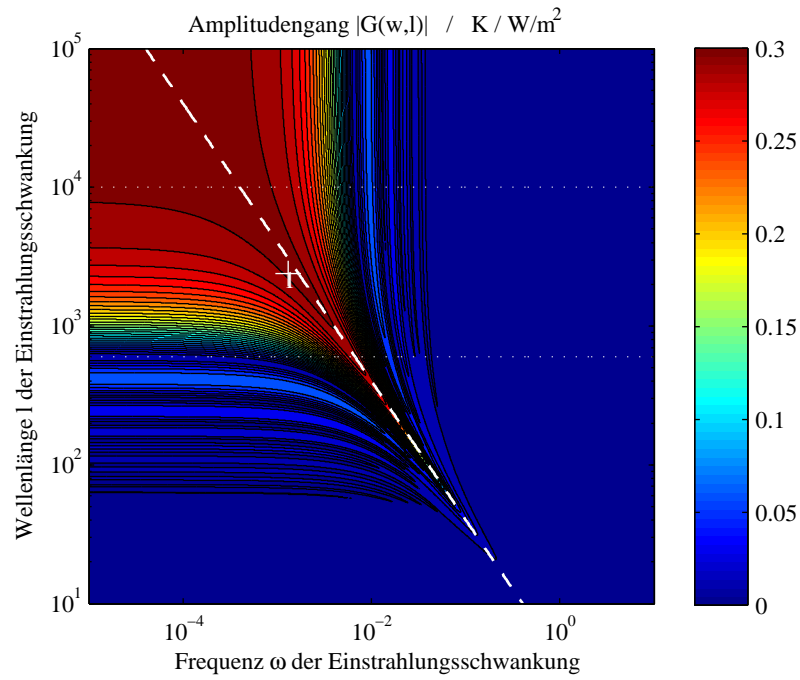
(c)  $l = 600 \text{ m}$

Abbildung 6.2.: Amplitudengang einer Störung entgegen der Strömungsrichtung

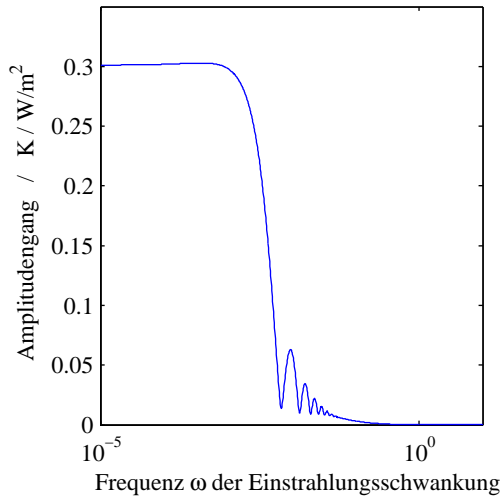
### 6.2.2. Ausbreitung in Strömungsrichtung

Eine Ausbreitung der Störung in Strömungsrichtung wird über das negative Vorzeichen repräsentiert:  $I(t, x) = I_0 + \hat{A} \cdot \sin(\omega t - \frac{2\pi}{l}x)$ .

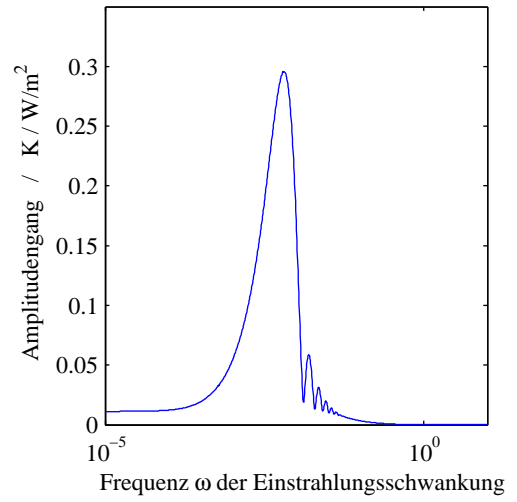
Da bei örtlich konstanter Einstrahlung die Störungsübertragung unabhängig von der Strömungsrichtung erfolgen muss, zeigt Abbildung 6.3b, der Vollständigkeit halber, das gleiche Verhalten wie Abbildung 6.2b. Die Unterteilung der Störungsübertragung in die zwei möglichen Ausbreitungsrichtungen wird z.B. am örtlich aufgelösten Verhalten für  $l = 600$  deutlich (siehe Abb.6.3c). Ist im Diagramm mit globaler DNI das Resonanzverhalten gering und noch dazu vernachlässigbar, weil die Störgrößen künstlicher Natur sind, so zeigt das wesentliche Resonanzmaximum bei  $l = 600$ , dass selbst im Fall realer Einstrahlungsszenarien die örtliche Auflösung der Störgrößen eine Herausforderung darstellen kann. Welche Störgrößen in diesem Sinne problematisch sein werden, zeigt auch der aus Abbildung 6.3a ersichtliche Zusammenhang zwischen Frequenz  $\omega$  und Wellenlänge  $l$ . Die gestrichelte Gerade lokaler maximaler Amplitudenverstärkung genügt der Beziehung  $v_I = \frac{\omega l}{2\pi} = 0.64 \frac{m}{s}$ .  $v_I$  ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Störung.



(a) Amplitudengang von Störungen in Strömungsrichtung



(b)  $l = 10^4 m$



(c)  $l = 600 m$

Abbildung 6.3.: Amplitudengang einer Störung in Strömungsrichtung

### 6.2.3. Übertragung im vereinfachten Modell

Die Störübertragungsfunktion  $G(\omega, l)$  für das vereinfachte Modell kann durch Integration aus Gleichung (5.5) gewonnen werden. Der Vergleich mit den Übertragungsfunktionen des exakten Modells zeigt Abweichungen im quasistationären Parameterbereich, wohingegen die geschwindigkeitsabhängige Amplitudenverstärkung erhalten bleibt. (siehe Abb. 6.4) Da die wesentlichen Charakteristika der Störungsübertragung abgebildet werden, kann von einem Regler auf Grundlage des vereinfachten Modells eine ausreichende Störkompensation erwartet werden.

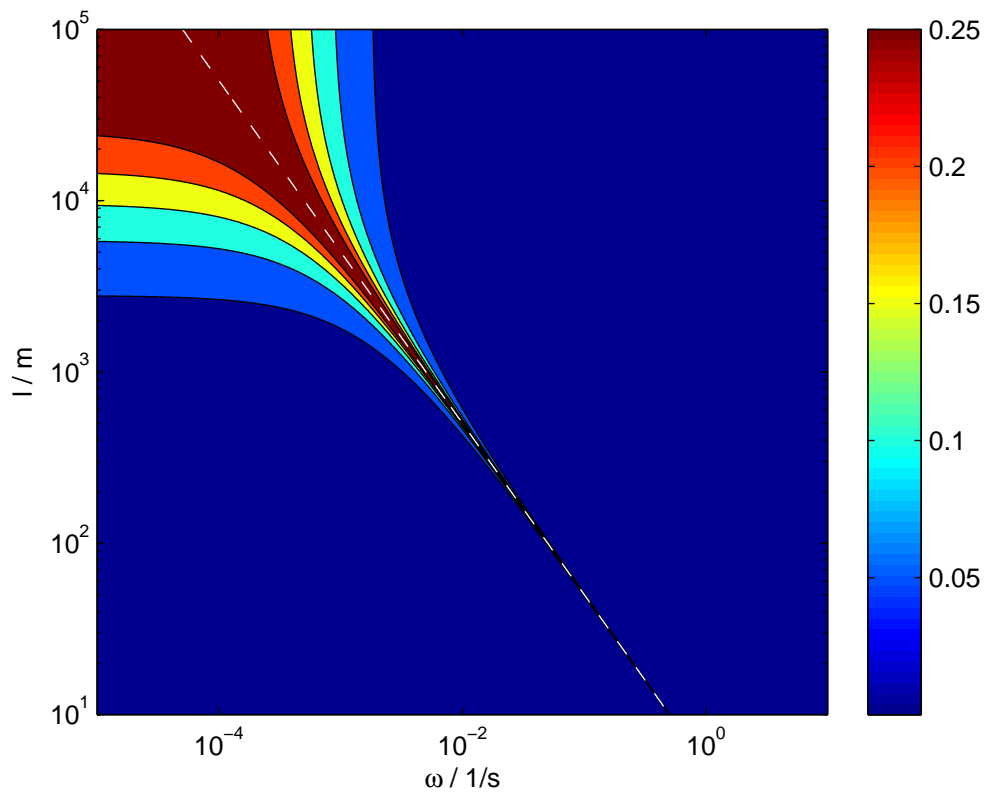


Abbildung 6.4.: Störungsübertragung im vereinfachten Modell

### 6.3. Regelbarkeit

Die vorigen beiden Abschnitte zeigen auf, welche Störgrößen sich für eine Temperaturstabilisierung  $T_{out}(t) = T_{soll}$  als problematisch herausstellen können. Aus den stationären Zusammenhängen leitet sich eine Mindesteinstrahlungsintensität ab, die dauerhaft nicht unterschritten werden darf (siehe folgender Abschnitt 6.3.1). Unter der Voraussetzung dieser genügenden Einstrahlung lässt sich ein positives Resultat für homogene Einstrahlung zur Stabilisierbarkeit ohne Steuerrestriktionen formulieren (Abschnitt 6.3.2). Daraus ergibt sich der Entwurf eines idealisierten Reglers, dessen Realisierung im folgenden Kapitel besprochen wird. Die technisch bedingten Steuerrestriktionen fasst Abschnitt 6.3.3 zusammen.

#### 6.3.1. Mindestanforderung an Störgrößen

Grundlegende Anforderung an einen Betrieb des Kollektorfeldes bei einer Austrittstemperatur von  $T_{soll} = 550^\circ\text{C}$  ist eine Mindesteinstrahlung. Für jede Zieltemperatur  $T_{soll}$  darf die Einstrahlung  $I(t, x)$  ein von  $T_{soll}$  abhängiges Minimum nicht unterschreiten. Die notwendige Bedingung  $I > I_{min}(T_{soll})$  lässt sich aus der Differentialgleichung ableiten. Denn damit die Fluidtemperatur von  $T_{in} = 300^\circ\text{C}$  während des Durchlaufs durch den Loop auf  $T(t, \mathbf{L}) = T_{soll}$  ansteigt, muss stets  $\frac{\partial T}{\partial s} > 0$  gelten. Das ist gleichwertig mit

$$-\frac{l_1}{k_T} T_{soll} + \frac{I(\phi(s, t_{in})) - l_0}{k_T} > 0$$

$$I > l_0 + l_1 \cdot T_{soll}$$

Physikalisch selbstverständlich bedeutet diese Aussage zunächst nur, dass die am Receiver absorbierte Energie die Wärmeverluste überwiegt. Tatsächlich bewirkt jeder andauernde Abfall,  $I < l_0 + l_1 T_{soll}$ , der Einstrahlung allerdings, dass die angestrebte Solltemperatur am Kollektoraustritt bei beliebiger Regelung des Massenstroms unerreichbar wird. Für  $T_{soll} = 550^\circ\text{C}$  liegt die Mindesteinstrahlung bei  $G_{b,min} \approx 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Unter dieser Bedingung wollen wir die Realisierbarkeit einer Zieltemperatur  $T(t, \mathbf{L}) = 550^\circ\text{C}$  weiter untersuchen.

#### 6.3.2. Stabilisierbarkeit ohne Steuerrestriktionen

Mit den Mindestanforderungen an die Einstrahlungsintensität aus dem letzten Abschnitt wird die Soll-Temperatur am Kollektoraustritt erreichbar, wenn die Verweilzeit  $s$  nur genügend groß ist. Ist die Soll-Temperatur (z.B. nach einem Anfahrvorgang) einmal erreicht, stellt sich die Frage der Temperaturstabilisierung  $T_{out}(t) \equiv \text{const.}$  Dieser Abschnitt widmet sich möglicher Steuerfunktionen  $v_{in}(t)$ , die bei homogener Einstrahlung

für eine Temperaturstabilisierung geeignet sind, unter der folgenden Fragestellung zur Stabilisierbarkeit ohne Steuerrestriktionen: Existiert eine Steuerfunktion  $v_{in} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass  $T_{out}(t) \equiv \text{const.}$  für alle Zeiten  $t$  gilt? Die Antwort fällt insofern positiv aus, als auf die Existenz von Lösungen für kleine Zeiten geschlossen werden kann.

Wir schreiben das System (5.3) mit den Abkürzungen  $f(t) := \frac{I(t)-l_0}{k_T}$  und  $b := -\frac{l_1}{k_T}$  noch etwas kompakter als

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t, x) + v(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, x) = b \cdot T(t, x) + f(t). \quad (6.4)$$

$T_{out}(t) \equiv \text{const.}$  bedeutet keine Temperaturveränderung am Kollektorausstritt und damit dasselbe wie  $\frac{\partial T}{\partial t}(t, \mathbf{L}) = 0$ . In (6.4) eingesetzt, kann unter der Voraussetzung  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \neq 0$  auf folgende Kontrolle geschlossen werden:

$$v(t) = \frac{b \cdot T(t, L) + f(t)}{\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} \quad (6.5)$$

Dass diese Funktion eine gültige Wahl für die Temperaturentwicklungen nach (6.4) ist, klärt folgender

**Satz (über die Stabilisierbarkeit ohne Steuerrestriktionen)** Für den Zeitpunkt  $t = 0$  sei das Temperaturprofil  $T(0, \cdot) = \Phi_1 \in C^2([0, \mathbf{L}], \mathbb{R})$  mit (nach unten beschränkter) Ableitung  $\frac{\partial T}{\partial x}(0, \cdot) = \Phi_2 > a > 0$  gegeben, außerdem  $f$  stetig differenzierbar. Sind die Funktionen  $f$  und  $\Phi_{1/2}$  durch eine Konstante  $M > 0$  beschränkt und genügen die Anfangsbedingungen außerdem der Lipschitz-Bedingung  $|\Phi_{1/2}(x) - \Phi_{1/2}(y)| \leq L_\Phi \cdot |x - y|$  mit  $L_\Phi > 0$ , so existiert mit der Wahl der Steuerfunktion nach (6.5) eine eindeutige Lösung  $T \in C^0([0, \epsilon] \times [0, \mathbf{L}], \mathbb{R})$ , für die  $T(t, \mathbf{L}) \equiv \text{const.}$  gilt.

**Beweis** Der Beweis nutzt die Äquivalenz zwischen Lösungen partieller Differentialgleichungen erster Ordnung (in zwei Variablen) und den Lösungen der auf den entsprechenden Charakteristiken gültigen gewöhnlichen Differentialgleichungen (siehe Courant und Hilbert [8], Evans [12]). Existenz und Eindeutigkeit der Lösungen des noch zu entwickelnden Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen werden dann mit einem üblichen Fixpunktargument abgeleitet (siehe Satz von Picard-Lindelöf). Der wesentliche Unterschied zu den Standardargumenten liegt in der Rückkopplung von Temperaturen in der Steuerung (6.5), die eine nichtlineare partielle Differentialgleichung generieren.

Zunächst stellen wir fest, dass eine örtliche Ableitung der Gleichung (6.4) wegen  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$  auf die partielle Differentialgleichung  $\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial T}{\partial x}) + v(t) \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial T}{\partial x}) = b \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$  für die Ableitung  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, x)$  führt, deren Charakteristiken mit denen der ursprünglichen Gleichung übereinstimmen. Für  $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x)) := (T(t, x), \frac{\partial T}{\partial x}(t, x))$  lässt sich das Gleichungs-

## 6. Modellverhalten

system

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) + v(t) \frac{\partial u}{\partial x}(t, x) = bu + F(t)$$

mit  $F(t) := \begin{pmatrix} f(t) \\ 0 \end{pmatrix}$  formulieren. Daraus leitet sich das äquivalente System gewöhnlicher Differentialgleichungen auf den Charakteristiken ab:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{t}}{\partial s}(s) &= 1 \\ \frac{\partial \hat{x}}{\partial s}(s) &= v(\hat{t}(s)) \\ \frac{\partial \hat{u}}{\partial s}(s, x_0) &= b \cdot \hat{u}(s, x_0) + F(\hat{t}(s)) + b \cdot \Phi(x_0 + \hat{x}(s)) \end{aligned}$$

mit  $\hat{u}(s, x_0) := u(s, x_0 + \hat{x}(s)) - u(0, x_0 + \hat{x}(0)) = u(s, x_0 + \hat{x}(s)) - \Phi(x_0 + \hat{x}(s))$ . Die Anfangsbedingungen der Charakteristik  $(\hat{t}(s), \hat{x}(s))$  seien  $(\hat{t}(0), \hat{x}(0)) = (0, 0)$ . Wird die Kontrolle (6.5) eingesetzt und dabei  $\mathbf{L} = x_0 + \hat{x}(s)$  beachtet, ergibt sich schließlich das nichtlineare System

$$\frac{\partial \hat{x}}{\partial s}(s) = \frac{b \cdot \hat{u}_1(s, \mathbf{L} - \hat{x}(s)) + b \cdot \Phi_1(\mathbf{L} - \hat{x}(s)) + f(s)}{\hat{u}_2(s, \mathbf{L} - \hat{x}(s)) + \Phi_2(\mathbf{L} - \hat{x}(s))} \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial s}(s, x_0) = b \cdot \hat{u}_1(s, x_0) + f(s) + b \cdot \Phi_1(x_0) \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial s}(s, x_0) = b \cdot \hat{u}_2(s, x_0) + b \cdot \Phi_2(x_0). \quad (6.8)$$

Dass stetige Lösungen  $w := (\hat{x}, \hat{u}_1, \hat{u}_2) \in C([0, \epsilon], \mathbb{R}) \times (C([0, \epsilon] \times [0, \mathbf{L}], \mathbb{R}))^2$  für geeignetes  $\epsilon > 0$  existieren und eindeutig sind, folgt aus dem Anführen einer Kontraktion für das vorliegende System.

Wegen der Abhängigkeit von  $\hat{u}_{1/2}$  von  $\hat{x}$  in Gleichung (6.6) suchen wir Lösungen im Raum  $W := \mathbb{R} \times (\text{Lip}([0, \mathbf{L}], \mathbb{R}))^2$ , wobei  $\text{Lip}([0, \mathbf{L}], \mathbb{R})$  den Banachraum der Lipschitz-stetigen Funktionen darstellt, dessen Norm durch  $\|g\|_{\text{Lip}} := \|g\|_{\infty} + L(g)$  gegeben ist und

$$L(g) := \sup_{x, y \in [0, L]} \frac{|g(x) - g(y)|}{|x - y|}$$

die kleinste Lipschitz-Konstante der Funktion  $g$  ist.<sup>2</sup> Außerdem wird die Kontraktion auf die abgeschlossene Teilmenge  $W_c := \mathbb{R} \times (\text{Lip}_c([0, \mathbf{L}], \mathbb{R}))^2$ ,  $\text{Lip}_c([0, \mathbf{L}], \mathbb{R}) := \{g \in \text{Lip}([0, \mathbf{L}], \mathbb{R}) \mid \|g\|_{\text{Lip}} \leq c\}$  beschränkt. Um  $u_2 + \Phi_2 = 0$  zu verhindern, sei ferner  $c < \frac{a}{2}$

---

<sup>2</sup> $L : \text{Lip}([0, \mathbf{L}], \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  ist ein stetiges Funktional.



gewählt. Von der Abbildung

$$F : C([0, \epsilon], W_c) \longrightarrow C([0, \epsilon], W_c)$$

$$\begin{pmatrix} x(\cdot) \\ u_1(\cdot) \\ u_2(\cdot) \end{pmatrix} \longmapsto \int_0^{(\cdot)} \begin{pmatrix} \frac{b \cdot u_1(s, \mathbf{L}-x(s)) + b \cdot \Phi_1(\mathbf{L}-x(s)) + f(s)}{u_2(s, 1-x(s)) + \Phi_2(1-x(s))} \\ b \cdot u_1(s, \cdot) + f(s) + b \cdot \Phi_1(\cdot) \\ b \cdot u_2(s, \cdot) + b \cdot \Phi_2(\cdot) \end{pmatrix} ds,$$

wird nachgewiesen, dass sie eine Kontraktion ist, wenn nur  $\epsilon$  genügend klein gewählt wird.<sup>3</sup> Es ist zu zeigen, dass es eine Konstante  $0 \leq L < 1$  und  $\epsilon > 0$  gibt, sodass die Kontraktionsbedingung  $\|F(w) - F(\hat{w})\|_{C([0, \epsilon], W)} < L \cdot \|w - \hat{w}\|_{C([0, \epsilon], W)}$  für alle  $w, \hat{w} \in W$  mit gleichen Anfangsbedingungen  $w(0) = \hat{w}(0) = 0$  erfüllt ist.

Abschätzung  $u_1$  (3. Komponente/ $u_2$  identisch):

$$\begin{aligned} & \left\| \int_0^t b \cdot (u_1(s, \cdot) - \hat{u}_1(s, \cdot)) \, ds \right\|_{Lip} \\ & \leq t \cdot \max_{s \in [0, t]} \|b \cdot (u_1(s, \cdot) - \hat{u}_1(s, \cdot))\|_{Lip} \\ & \leq t \cdot |b| \cdot \max_{s \in [0, \epsilon]} \|u_1(s, \cdot) - \hat{u}_1(s, \cdot)\|_{Lip} \\ & \leq t \cdot |b| \cdot \|w - \hat{w}\|_\infty \end{aligned}$$

Abschätzung  $x$ :

$$\begin{aligned} & \left| \int_0^t \frac{b \cdot u_1(s, 1-x(s)) + b \cdot \Phi_1(1-x(s)) + f(s)}{u_2(s, 1-x(s)) + \Phi_2(1-x(s))} - \frac{b \cdot \hat{u}_1(s, 1-\hat{x}(s)) + b \cdot \Phi_1(1-\hat{x}(s)) + f(s)}{\hat{u}_2(s, 1-\hat{x}(s)) + \Phi_2(1-\hat{x}(s))} \, ds \right| \\ & \leq t \cdot \left\| \frac{b \cdot u_1(x) + b \cdot \Phi_1(x) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} - \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{\hat{u}_2(\hat{x}) + \Phi_2(\hat{x})} \right\|_\infty \quad (\text{abkürzende Schreibweise}) \\ & \leq t \cdot \left\| \frac{b \cdot u_1(x) + b \cdot \Phi_1(x) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} - \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} \right\|_\infty + t \cdot \left\| \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} - \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{\hat{u}_2(\hat{x}) + \Phi_2(\hat{x})} \right\|_\infty \end{aligned}$$

Erster Summand:

$$\begin{aligned} & = t \cdot \left\| \frac{b \cdot u_1(x) + b \cdot \Phi_1(x) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} - \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{u_2(x) + \Phi_2(x)} \right\|_\infty \\ & \leq t \cdot \left\| \frac{b}{u_2(x) + \Phi_2(x)} \right\|_\infty \cdot \|(u_1(x) - \hat{u}_1(\hat{x})) + (\Phi_1(x) - \Phi_1(\hat{x}))\|_\infty \\ & \leq t \cdot \left| \frac{b}{2} \right| \cdot (\|u_1(x) - u_1(\hat{x})\| + \|u_1(\hat{x}) - \hat{u}_1(\hat{x})\| + \|\Phi_1(x) - \Phi_1(\hat{x})\|)_\infty \\ & \leq t \cdot \left| \frac{b}{2} \right| \cdot (L(u_1) \cdot |x - \hat{x}| + \|u_1(\hat{x}) - \hat{u}_1(\hat{x})\| + L(\Phi_1) \cdot |x - \hat{x}|) \\ & \leq t \cdot \left| \frac{b}{2} \right| \cdot \max_{s \in [0, t]} (L(u_1) \cdot |x(s) - \hat{x}(s)| + \|u_1(s, 1 - \hat{x}(s)) - \hat{u}_1(s, 1 - \hat{x}(s))\| + L(\Phi_1) \cdot |x(s) - \hat{x}(s)|) \\ & \leq t \cdot \left| \frac{b}{2} \right| \cdot (c + c + L(\Phi)) \cdot \|w - \hat{w}\| \\ & = t \cdot \frac{2|b| \cdot (2c + L(\Phi))}{a} \cdot \|w - \hat{w}\| \end{aligned}$$

<sup>3</sup>Die Abbildung  $F$  ist wohldefiniert, wenn  $\epsilon < \frac{c}{2|b|c + M(1+|b|) + |b| \cdot L(\Phi)}$  gewählt wird (2./3. Komponente).

## 6. Modellverhalten

Zweiter Summand:

$$\begin{aligned}
&= t \cdot \left\| \frac{b \cdot \hat{u}_1(\hat{x}) + b \cdot \Phi_1(\hat{x}) + f}{[u_2(x) + \Phi_2(x)] \cdot [\hat{u}_2(\hat{x}) + \Phi_2(\hat{x})]} \right\|_\infty \cdot \|(\hat{u}_2(\hat{x}) - u_2(x)) + (\Phi_2(\hat{x}) - \Phi_2(x))\|_\infty \\
&\leq +t \cdot \left| \frac{b \cdot c + M \cdot (b+1)}{(\frac{a}{2})^2} \right| \cdot (\|u_2(x) - u_2(\hat{x})\| + \|u_2(\hat{x}) - \hat{u}_2(\hat{x})\| + \|\Phi_2(\hat{x}) - \Phi_2(x)\|) \\
&\leq +t \cdot \left| \frac{b \cdot c + M \cdot (b+1)}{(\frac{a}{2})^2} \right| \cdot (L(u_2) \cdot |x - \hat{x}| + \|u_2(\hat{x}) - \hat{u}_2(\hat{x})\| + L(\Phi_2) \cdot |x - \hat{x}|) \\
&\leq t \cdot \left| \frac{b \cdot c + M \cdot (b+1)}{(\frac{a}{2})^2} \right| \cdot \max_{s \in [0, t]} (L(u_2) \cdot |x(s) - \hat{x}(s)| + \|u_2(s, 1 - \hat{x}(s)) - \hat{u}_2(s, 1 - \hat{x}(s))\| + \\
&\quad + L(\Phi_2) \cdot |x(s) - \hat{x}(s)|) \\
&\leq +t \cdot \left| \frac{b \cdot c + M \cdot (b+1)}{(\frac{a}{2})^2} \right| \cdot (c + c + L(\Phi)) \cdot \|w - \hat{w}\| \\
&= t \cdot \frac{4(|b|c + M(b+1)) \cdot (2c + L(\Phi))}{a^2} \cdot \|w - \hat{w}\|
\end{aligned}$$

Für die erste Komponente ergibt sich damit die Abschätzung

$$|F_1(w)(t) - F_1(\hat{w})(t)| \leq t \cdot \frac{(2a|b| + 4|b|c + 4M(b+1)) \cdot (2c + L(\Phi))}{a^2} \cdot \|w(t) - \hat{w}(t)\|_W$$

Insgesamt ergibt sich aus den Abschätzungen der drei Komponenten

$$\begin{aligned}
&\|F(w) - F(\hat{w})\|_{C([0, \epsilon], W)} \\
&= \max_{t \in [0, \epsilon]} \|F(w)(t) - F(\hat{w})(t)\|_W \\
&= \max_{t \in [0, \epsilon]} (|F_1(w, t) - F_1(\hat{w}, t)| + \|F_2(w)(t) - F_2(\hat{w})(t)\|_{Lip} + \|F_3(w)(t) - F_3(\hat{w})(t)\|_{Lip}) \\
&\leq \epsilon \cdot \left( \frac{(2a|b| + 4|b|c + 4M(b+1)) \cdot (2c + L(\Phi))}{a^2} + |b| + |b| \right) \cdot \|w - \hat{w}\|_{C([0, \epsilon], W)} \\
&\quad \epsilon \cdot \frac{(2a|b| + 4|b|c + 4M(b+1)) \cdot (2c + L(\Phi)) + 2a^2|b|}{a^2} \cdot \|w - \hat{w}\|_{C([0, \epsilon], W)}
\end{aligned}$$

und mit der Wahl von  $0 < \epsilon := \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{(2a|b| + 4|b|c + 4M(b+1)) \cdot (2c + L(\Phi)) + 2a^2|b|}{a^2} \right]^{-1}$  folgt daraus

$$\|F(w) - F(\hat{w})\|_{C([0, \epsilon], W)} \leq \frac{1}{2} \cdot \|w - \hat{w}\|_{C([0, \epsilon], W)}$$

mit der Kontraktionskonstanten  $L = \frac{1}{2}$ .

Es gibt also genau einen Fixpunkt der Abbildung  $F$ . Dieser ist wegen der Beziehung  $\hat{u}(s, x_0) := u(s, x_0 + \hat{x}(s)) - u(0, x_0 + \hat{x}(0)) = u(s, x_0 + \hat{x}(s)) - \Phi(x_0 + \hat{x}(s))$  ebenfalls lokale Lösung des Anfangswertproblems. Denn auch die Lösung zu  $u_2(t, x) := \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, x)$  stellt wirklich die örtliche Ableitung von  $u_1$  dar: Aus  $u(t, x) = \hat{u}(t, x - \hat{x}(t)) + \Phi(x - \hat{x}(t))$

folgt

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial x}(t, x) &:= \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, x) \\
&= \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x}(t, x - \hat{x}(t)) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}(x) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^t b \cdot \hat{u}_1(s, x - \hat{x}(s)) + f(s) + b \cdot \Phi_1(x - \hat{x}(s)) \, ds + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}(x) \right) \\
&= \int_0^t b \cdot \frac{\partial}{\partial x} \hat{u}_1(s, x - \hat{x}(s)) + b \cdot \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}(x - \hat{x}(s)) \, ds + \Phi_2(x) \\
&= \int_0^t b \cdot \frac{\partial}{\partial x} (u_1(s, x) - \Phi_1(x)) + b \cdot \Phi_2(x - \hat{x}(s)) \, ds + \Phi_2(x) \\
&= \int_0^t b \cdot (u_2(s, x) - \Phi_2(x)) + b \cdot \Phi_2(x - \hat{x}(s)) \, ds + \Phi_2(x) \\
&= \int_0^t b \cdot \hat{u}_2(s, x - \hat{x}(s)) + b \cdot \Phi_2(x - \hat{x}(s)) \, ds + \Phi_2(x) \\
&= \hat{u}_2(t, x - \hat{x}(t)) + \Phi_2(x) \\
&= u_2(t, x) \\
&= \frac{\partial T}{\partial x}(t, x).
\end{aligned}$$

Da Lipschitz-stetige Funktionen erst recht stetig sind, haben wir die Existenz und Eindeutigkeit der stetigen Lösungen  $T(t, x)$  für  $t < \epsilon$  nachgewiesen. Aus (6.4) und (6.5) folgt schließlich

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial t}(t, \mathbf{L}) &= b \cdot T(t, \mathbf{L}) + f(t) - v(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \\
&= b \cdot T(t, \mathbf{L}) + f(t) - \frac{b \cdot T(t, \mathbf{L}) + f(t)}{\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \\
&= 0
\end{aligned}$$

und deswegen eine konstante Temperatur  $T(t, \mathbf{L}) = T(0, \mathbf{L}) = \text{const.}$

Die ideale Kontrolle schreibt sich in den Größen des Systems (5.3) als

$$v_{in}(t) = \frac{I(t, \mathbf{L}) - (l_0 + l_1 T_{out}(t))}{k_T \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} \quad (6.9)$$

und wird in der nichtlinearen Regelung mit Störgrößenaufschaltung (siehe Abschnitt 7.2) Verwendung finden.

### 6.3.3. Einschränkungen der Massenstromregelung

Die ideale Temperaturstabilisierung des letzten Abschnitts scheitert bei verschwindenden Temperaturgradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) = 0$ . Außerdem unterliegt die Steuerung des Massenstroms durch die Pumpe den folgenden drei Einschränkungen.

1. Die Pumpenleistung ist auf ein Maximum des 1,4-fachen des Massenstroms am Auslegungspunkt beschränkt. Das bedeutet  $\dot{m}_{max} = 1,4 \cdot A \cdot \rho(T_{in}) \cdot 0,8 \frac{m}{s} = 6,7 \frac{kg}{s}$  bzw.  $v_{max} = 1,12 \frac{m}{s}$ .
2. Um eine gute Wärmeübertragung zu gewährleisten, ist eine turbulente Strömung durch das Receiverrohr einzustellen. Die kritische Reynoldszahl  $Re_{crit} = 10^4$  (siehe (4.3)), über der turbulente Strömung vorliegt, stellt im Temperaturbereich 300-600°C Anforderungen an die Geschwindigkeit:  $Re > 10^4 \Rightarrow v > v_{min} \approx 0,3 \frac{m}{s}$ .
3. Die Änderung des Massenstroms/der Fließgeschwindigkeit wird ebenfalls durch die Pumpe eingeschränkt und unterliegt der technischen Bedingung  $|\ddot{m}| < 0,25 \frac{kg}{s^2}$  bzw.  $|\dot{v}| < 0,04 \frac{m}{s^2}$ .

Jede Regelung muss diese Einschränkungen spätestens bei der Umsetzung des Steuersignals in die tatsächliche Steuerung beachten. Während der PI-Regler und die nichtlineare Regelung des folgenden Kapitels Steuersignale ohne Berücksichtigung der Steuerrestriktionen produzieren, werden in der modellprädiktiven Regelung alle Stellbeschränkungen bereits bei der Optimierung des Steuersignals berücksichtigt.

## 7. Regelung

Mit einem vereinfachten Prozessmodell für die MPR (Gl. 5.2), der stationären Regelgrundlage für den PI-Regler (Gl. 6.2, Abb. 6.1), einer idealisierten nichtlinearen Regelidee (Gl. 6.9) und der Kenntnis problematischer Einstrahlungsszenarien (Kap. 6.2, Abb. 6.3a) sind alle Voraussetzungen erfüllt, um die drei Regelkonzepte zu realisieren und hinsichtlich ihrem Regelverhalten bei entscheidenden Störgrößen zu vergleichen.

### 7.1. PI-Regler

Stand der Technik in Parabolrinnensolarkraftwerken sind einfache PI-Regler, die eine Regelabweichung  $T_{soll} - T_{out}(t)$  linear in ein Steuersignal umsetzen. P-Regler nutzen eine statische Verstärkung, während I-Regler alle vergangenen Abweichungen integrieren.

- P-Regler:  $\dot{m}_{in}(t) = \dot{m}_0 + k_P \cdot (T_{soll} - T_{out}(t))$
- I-Regler:  $\dot{m}_{in}(t) = \dot{m}_0 + k_I \cdot \int_0^t T_{soll} - T_{out}(\tau) d\tau$

Die lineare Kombination beider Rückkopplungen ergibt einen PI-Regler:

$$\dot{m}_{in}(t) = \dot{m}_0 + k_P \cdot (T_{soll} - T_{out}(t)) + k_I \cdot \int_0^t T_{soll} - T_{out}(\tau) d\tau$$

In linearen Systemen kann mit einem PI-Regler die Abweichung  $T_{soll} - T_{out}(t)$  ausgeglichen werden, sofern  $T_{soll}$  einen stationären Wert bzgl. des Massenstroms  $\dot{m}_0$  darstellt. Gemäß Abschnitt 6.1 fließt auch ein stationärer Wert der Einstrahlung in den Designmassenstrom  $\dot{m}_0 = \dot{m}_0(T_{soll}, I)$  ein. Für die später verwendeten Störgrößen sind die entsprechenden Designgeschwindigkeiten in Tabelle 7.1 zusammengefasst. Im vorliegenden Fall einer nichtlinearen Dynamik und systembedingter Regelabweichungen ist beim Einsatz eines I-Gliedes in der Wahl der Verstärkung  $k_I$  Vorsicht geboten. Für den späteren Vergleich werden  $k_P = -1$  und  $k_I = -0,002$  angesetzt. Im einfachen PI-Regler finden weder die dynamisch variierende Störgröße, noch die örtliche Ausdehnung des Kollektorfeldes im Reglergesetz Berücksichtigung.

## 7. Regelung

$G_b [\frac{W}{m^2}]$	850	700
$v_{in} [\frac{m}{s}]$	0.79	0.63

Tabelle 7.1.: Auslegungspunkte der Fließgeschwindigkeit

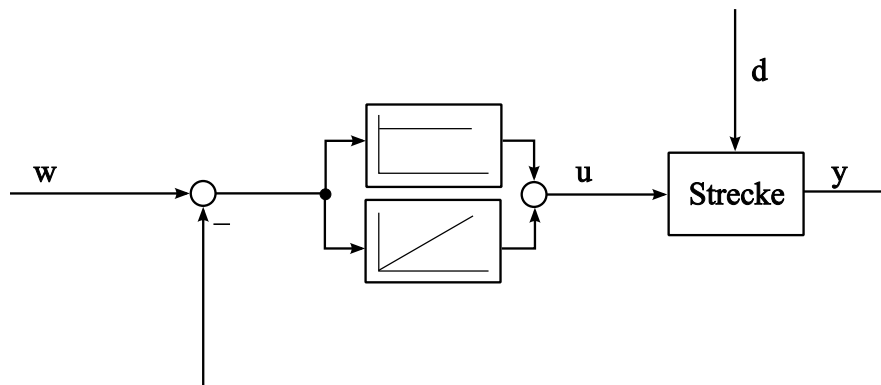


Abbildung 7.1.: Schaltbild PI-Regler

Signal	regelungstechnische Größe	physikalische Größe	zeitliche Referenz*
y	Beobachtung und Regelgröße	Austrittstemperatur ( $T_{out}$ )	$t_0$
w	Führungsgröße	Solltemperatur ( $T_{soll}$ )	$t_0$
d	Störgröße	Einstrahlung ( $G_b$ )	$t_0$
u	Stellgröße	Geschwindigkeit/Massenstrom ( $v_{in}/\dot{m}_{in}$ )	$t_0$

\*bei Signalübertragung zum Zeitpunkt  $t = t_0$ . Der PI-Regler wertet alle Signale sofort/zeitnah aus.

## 7.2. Nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung

Das thermodynamische Modell der Regelstrecke zeigt eine nichtlineare Verknüpfung von Massenstrom und Fluidtemperatur. In allen Modellen zeigt sich diese Verknüpfung im bilinearen Term  $v \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$  (vgl. (5.1)-(5.3)). Erweiterte lineare Verfahren der Reglersynthese sind möglich nach einer Linearisierung des Streckenmodells. Zunft [32] gelangt auf diese Weise letztendlich zu einer nichtlinearen Regelung mit Störgrößenaufschaltung. Es folgt die Synthese eines nichtlinearen Reglergesetzes mit Störgrößenaufschaltung aus dem vereinfachten Modell.

### 7.2.1. Theoretische Ableitung aus dem Streckenmodell

Eine stabile Temperatur am Kollektoraustritt bedeutet im optimalen Fall  $\frac{\partial T}{\partial t}(t, \mathbf{L}) = 0$ . Aus dem vereinfachten Streckenmodell (5.3) ergibt sich daraus die Regleridee (6.9) mit Konstanten  $k_T$ ,  $l_0$  und  $l_1$ , der Regelgröße  $T_{out}$ , dem Temperaturgradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}$  am Kollektoraustritt und der Störgröße  $I(t, \mathbf{L})$  am Kollektoraustritt. Für die Hinführung zur Solltemperatur  $T_{soll} = 550^\circ\text{C}$  und den Ausgleich von Modellungenauigkeiten ist ein P-Glied geeignet. Das ergibt insgesamt

$$v_{in}(t) = \frac{I(t, \mathbf{L}) - (l_0 + l_1 T_{out}(t))}{k_T \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} + k_P \cdot (T_{soll} - T_{out}(t)) \quad (7.1)$$

### 7.2.2. Optimalität

Im Kapitel Regelbarkeit wurde dargelegt, dass im Fall gutartiger Störgrößen mit  $G_b > G_{b,min}$  das Gesetz (6.9) zu einer Temperaturstabilisierung führt, wenn der Temperaturgradient  $\frac{\partial T}{\partial x}$  nicht verschwindet und es die technischen Randbedingungen nicht verletzt. Dann ist es insofern optimal, als es keine anderen Verfahren zur perfekten Temperaturstabilisierung gibt. Die Beachtung der Randbedingungen  $v > 0,3$ ,  $v < 1,12$  und  $|\dot{v}| < 0,04$  bei der Optimierung der Stellgröße leistet später die modellprädiktive Regelung (siehe 7.3).

### 7.2.3. Realisierung

Stand der Technik sind Temperaturmessungen in der Mitte der Kollektoren. Demnach stehen bei den Metern 75, 225, 375, 525 und 600 beobachtete Temperaturen zur Verfügung. Mindestens eine Messung der Einstrahlung/Störgröße ist vorhanden.

In die Realisierung des nichtlinearen Reglergesetzes mit Störgrößenaufschaltung fließt die gemessene Störgröße gemäß (4.1) direkt ein. Die Temperaturen  $T(t, 525)$  und  $T(t, 600)$

## 7. Regelung

bilden den Gradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) = \frac{T(t, \mathbf{L}) - T(t, 525)}{75} \frac{K}{m}$ . Im Fall  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \leq 0$  würde das Reglergesetz eine Umkehr der Strömung erwirken. Der verkehrte Temperaturgradient im Vergleich zum idealen Temperaturprofil wird in diesem Fall durch das Erzwingen von  $v_{in}(t) = v_{max}$  möglichst schnell ausgeregelt. Insgesamt ergibt sich damit das nichtlineare Reglergesetz mit Störgrößenaufschaltung zu

$$v_{in}(t) = \begin{cases} \frac{I(t, \mathbf{L}) - (l_0 + l_1 T_{out}(t))}{k_T \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} + k_P \cdot (T_{soll} - T_{out}(t)) & , \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) > 0 \\ v_{max} & , \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \leq 0 \end{cases}$$



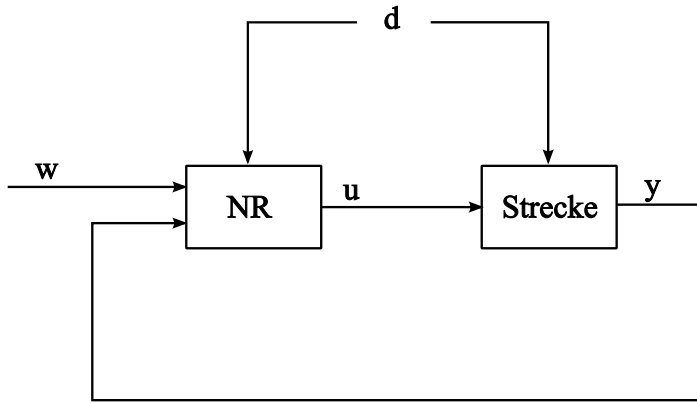


Abbildung 7.2.: Schaltbild nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung

Signal	regelungstechnische Größe	physikalische Größe	zeitliche Referenz*
y	Beobachtungen und Regelgröße	Temperaturen $T(t_0, \mathbf{L})$ , $T(t_0, \mathbf{L} - 75)$ insb. Austrittstemperatur ( $T_{out}$ )	$t_0$
w	Führungsgröße	Solltemperatur ( $T_{soll}$ )	$t_0$
d	Störgröße	Einstrahlung ( $G_b$ )	$t_0$
u	Stellgröße	Geschwindigkeit/Massenstrom ( $v_{in}/\dot{m}_{in}$ )	$t_0$

\*bei Signalübertragung zum Zeitpunkt  $t = t_0$

### Bemerkung

Aus dem exakten Streckenmodell (4.7) leitet sich der Term

$$v(t, \mathbf{L}) = \left( \frac{\tilde{\alpha}(T_{out}(t))}{k_T(T_{out}(t))} \cdot \frac{W(t, \mathbf{L}) - T_{out}(t)}{\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} \right)^5$$

zur Temperaturstabilisierung ab. Er ist für ein störgrößenentkoppeltes Reglergesetz geeignet. Dafür muss allerdings die Receivertemperatur am Kollektoraustritt zur Verfügung gestellt (oder geschätzt) werden. Außerdem muss  $v_{in}(t) = v(t, 0)$  aus  $v(t, \mathbf{L})$  bestimmt werden. Bei der Annahme konstanter Stoffwerte ist  $v_{in}(t) = v(t, \mathbf{L})$  zulässig (siehe 4.4).

### 7.3. Modellbasierte prädiktive Regelung (MPR)

Der vorgestellte nichtlineare Regler mit Störgrößenaufschaltung ist optimal bzgl. perfekter Temperaturstabilisierung  $T_{out}(t) \equiv T_{soll}$  bei Vernachlässigung der Randbedingungen. Sie sind die Ursache für unvermeidliche Temperaturschwankungen am Kollektorausstritt. Es gibt also keine Regelstrategie, die  $T_{out}(t) = T_{soll}$  für alle Zeitpunkte erfüllt, und ein Regler wird optimal sein, wenn er die Abweichungen von der Soll-Temperatur minimiert. Die regelungstechnische Aufgabe ist demzufolge

$$\min_v \int_0^t |T_{soll} - T_{out}(v(\cdot), \tau)|^2 d\tau$$

bei Berücksichtigung der technischen Randbedingungen  $v \in V_{ad} = \{v : [0, t] \rightarrow [0, 3; 1, 12] \mid |\dot{v}| < 0,04\}$ . Sie wird in dieser Arbeit mithilfe einer modellprädiktiven Regelung angegangen. Ihre wesentlichen Merkmale wurden in 2.3.1 aufgezeigt (siehe auch Abb. 2.5). Es folgen weitere Details der implementierten MPR.

Im Sinne einer Potentialabschätzung für die MPR wird die Beobachtung  $y$  als perfekt angenommen und besteht aus allen Fluid- und Receivertemperaturen des Kollektorfeldes. Im Anwendungsfall ist die Realisierung einer Zustandsschätzung anhand vorhandener Messdaten notwendig (siehe dazu auch Knobloch und Kwakernaak [18] oder eine Realisierung in einer MPR zur Direktverdampfung bei Trebing [29]). Die fehlende Anpassung an eine realisierte Messsensorik des Kollektorstrangs bedeutet gleichzeitig eine allgemeingültige Übertragbarkeit des Reglervergleichs.

#### 7.3.1. Optimierung

Wird das Regelglied der MPR zum Zeitpunkt  $t = t_0$  mit den nötigen Eingangsgrößen versorgt, findet zunächst die Vorhersage des Zustands  $\hat{y}(t_0 + \delta)$  aus dem Zustand  $y(t_0)$ , der aus dem letzten Optimierungsschritt übergebenen Steuerung  $u(t_0)$  und der Vorhersage für die Einstrahlung  $\hat{d}(t, x)$  anhand des Streckenmodells statt. Dieser Zustand ist Anfangswert des Optimierungsproblems im Zeitintervall  $[t_0 + \delta, t_0 + t_{ph}]$ , für das eine Vorhersage der Einstrahlung/Störgröße  $d(t, x)$  gegeben ist (siehe Abb. 7.3). Gesucht ist die optimale Steuergröße  $u(t)$  bzgl. der Minimierung des Kostenfunktional

$$\min_v \int_{t_0+\delta}^{t_0+t_{ph}} |T_{soll} - T_{out}(v(\cdot), \tau)|^2 d\tau$$

Nichtlineare Probleme der optimalen Kontrolle mit Randbedingungen sind nur schwer für die übliche Methode des dynamischen Programmierens (nach Bellman [3]) zugänglich (Rawlings [25], Kap. 2). Bei Morille [22] wird für die MPR ein gradientenbasiertes Op-

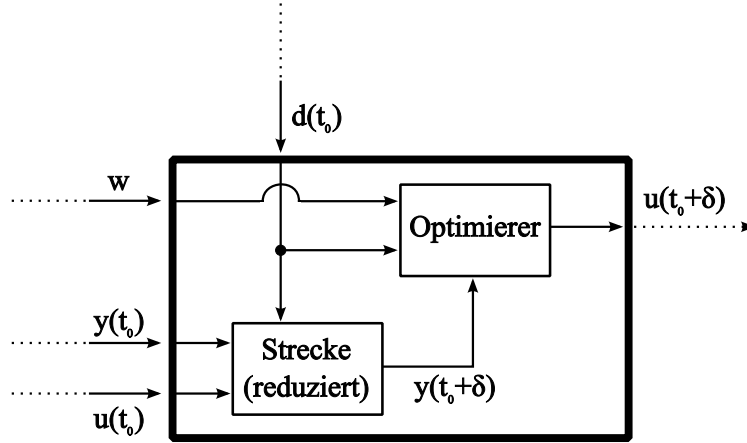


Abbildung 7.3.: MPR-Regelglied im Detail

timierungsverfahren als geeignet befunden. Die Optimierung wird in dieser Arbeit mit der in MATLAB implementierten Funktion *fmincon* realisiert, wobei der *active – set*-Algorithmus gewählt wird, mit dem numerische Lösungen der Karush-Kuhn-Tucker Gleichungen der nichtlinearen Optimierung mit Nebenbedingungen errechnet werden. Es lassen sich alle Kontrollrestriktionen als Nebenbedingungen einpflegen. Für die numerische Berechnung wird die Stellgröße  $u(t)$  zeitlich diskretisiert eingegeben, d.h. als Vektor  $u = (u_1, u_2, \dots, u_k)$ . Bei Morille [22] wird eine Zeitschrittweite von 5 oder 10 Sekunden für Regeleingriffe angesetzt. Wir verwenden 10s-Abstände. Weil für das gesamte Intervall  $[t_0 + \delta, t_0 + t_{ph}]$  die Vektorlänge  $k = \frac{t_{ph} - \delta}{10s}$  zu langen Rechenzeiten führt, wird die Diskretisierung der Stellgröße noch folgendermaßen angepasst. Für die beiden Teilintervalle  $[t_0 + \delta, t_0 + 2\delta]$  und  $[t_0 + 2\delta, t_0 + t_{ph}]$  werden unterschiedliche Diskretisierungen verwendet und der Steuervektor  $u = (u_1, u_2, \dots, u_{k_1}, u_{k_1+1}, \dots, u_{k_1+k_2})$  setzt sich aus den Anteilen beider Intervalle zusammen. Da die optimierte Größe  $u(t)$  ausschließlich im Intervall  $[t_0 + \delta, t_0 + 2\delta]$  direkte Anwendung als Stellgröße findet, wird nur hier die zu realisierende Eingriffszeit berücksichtigt, indem  $k_1 = \frac{\delta}{10s}$  gesetzt wird. In der angepassten Stellgröße stellen die ersten  $k_1$  Einträge also Signale für das Intervall der Länge  $\delta$  bereit. Die Steuergröße im Intervall  $[t_0 + 2\delta, t_0 + t_{ph}]$  beeinflusst die Optimierung, wird allerdings auch in späteren MPR-Rechnungen genauer berechnet, sodass hier eine größere Zeitschrittweite möglich ist. Bei den in dieser Arbeit untersuchten Prädiktionshorizonten (siehe Abschnitt 7.3.2) führt eine Zeitschrittweite von 50 Sekunden auf zur Untersuchung geeignete Rechenzeiten ( $k_2 = \frac{t_{ph} - 2\delta}{50s}$ ). Die Wirkung der festgelegten Zeitschrittweiten auf die Optimierung wird nicht untersucht.

### 7.3.2. Prädiktionshorizont

Ein geeigneter Prädiktionshorizont  $t_{ph}$  orientiert sich an den charakteristischen Zeitkonstanten der Regelstrecke und wird aus Effizienzgründen möglichst klein gewählt werden. Die Durchlaufzeit  $s_L$  im behandelten Flüssigsalzsystem liegt im Intervall  $[536s, 2000s]$ . Für zwei Störgrößen mit kritischer Amplitudenverstärkung werden mögliche Prädiktionshorizonte

$t_{ph} \in \{600s, 1200s, 1500s, 1800s, 2100s, 2400s, 2700s, 3000s\}$  in einer dynamischen Simulation bzgl. ihrer Auswirkung auf Temperaturabweichungen von der Solltemperatur untersucht.

Das erste Einstrahlungsszenario behandelt eine Störgröße

$$G_{b,1}(x, t) = 850 \frac{W}{m^2} + 100 \frac{W}{m^2} \cdot \sin(\omega t - \frac{2\pi}{l} x) \quad (7.2)$$

mit  $l = 2400$ ,  $v_I = 0,5$ , also  $\omega = \frac{2\pi}{l} \cdot v_I \approx 0,0013$ . Die optimierte Steuerung ist in diesem Fall unabhängig vom Prädiktionshorizont  $t_{ph}$  und erreicht nach der Initialisierung eine maximale Temperaturabweichung unter  $1^\circ C$  (siehe Abb. 7.4a). Da diese Störung dem quasistationären Parameterbereich der Störgrößen bzgl. Frequenz  $\omega$  und Wellenlänge  $l$  zugeordnet werden kann (siehe Abb. 6.2a), stellt sie die Regelung nicht vor große Herausforderungen. Die zweite Störgröße

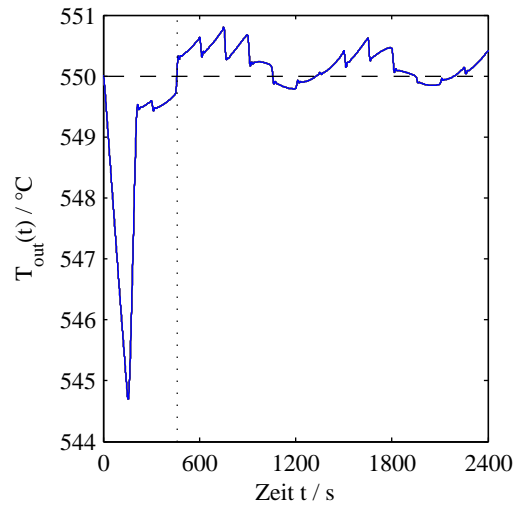
$$G_{b,2}(t, x) = 700 \frac{W}{m^2} + 200 \frac{W}{m^2} \cdot \sin(\omega t - \frac{2\pi}{l} x) \quad (7.3)$$

mit  $l = 200$ ,  $v_I = 0,5$ , also  $\omega \approx 0,016$ , entspringt deswegen dem kritischen Bereich veränderlicher Störgrößen mit Ausbreitung in Strömungsrichtung (siehe Abb. 6.2a). Mit einer Amplitude von  $\hat{A} = 200 \frac{W}{m^2}$  wird die Kontrollproblematik verdeutlicht. Die resultierenden Austrittstemperaturen zeigen weiterhin einen untereinander ähnlichen Verlauf und liegen allesamt im Temperaturintervall  $[530^\circ C, 570^\circ C]$ . Die geringsten Temperaturabweichungen von der Solltemperatur werden für  $t_{ph} = 1500s, 2100s$  und  $2400s$  erreicht (siehe Abb. 7.4b).

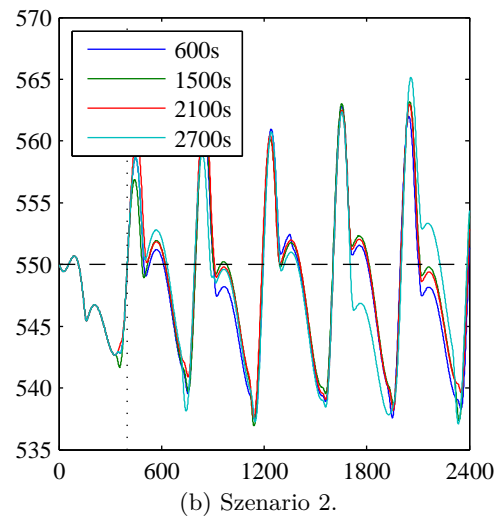
Für die MPR wird ein Prädiktionshorizont von  $t_{ph} = 2100s$  gewählt, weil er zusätzlich über jeder möglichen Durchlaufzeit liegt und deswegen auch für allgemeine Störgrößen und resultierende Stellgrößen  $v(t)$  geeignet erscheint.

Prädiktionshorizont	600	1200	1500	1800	<b>2100</b>	2400	2700	3000
Szenario 1	0,3							
Szenario 2	6,7	6,7	6,4	6,8	<b>6,6</b>	6,7	6,9	6,7

Tabelle 7.2.: Standardabweichung  $\sigma$  der Regelergebnisse zur Solltemperatur



(a) Szenario 1.



(b) Szenario 2.

Abbildung 7.4.: Variation des Prädiktionshorizonts

### 7.4. Vergleich

Die drei Regler werden bzgl. der beiden Einstrahlungsszenarien (7.2) und (7.3) verglichen. Es werden jeweils die Regelergebnisse im Diagramm dargestellt und die Standardabweichung

$$\sigma(T_{out}(\cdot)) = \left( \frac{\int_{t_I}^{t_{end}} |T_{out}(t) - T_{soll}|^2 dt}{t_{end} - t_I} \right)^{\frac{1}{2}}$$

von der Soll-Temperatur angegeben.  $t_I$  ist für jede Störgröße jeweils eine zum Vergleich geeignete Zeit der MPR-Initialisierung. Die Temperaturverläufe werden in einem Zeitfenster von  $t_{end} = 2400s = 40min$  beachtet.

In Abschnitt 7.4.1 wird eine perfekte Kenntnis der örtlich und zeitlich aufgelösten Einstrahlung vorausgesetzt. Abschnitt 7.4.2 nimmt die Problematik meteorologischer Vorhersagen auf, indem die örtliche Auflösung der Einstrahlungsdaten variiert wird.

#### 7.4.1. Perfekte Kenntnis der Einstrahlung

##### Szenario 1

Alle drei Regler erzielen (nach einer Initialisierung der MPR bis etwa  $t_I = 460s$ ) Regelergebnisse mit einer maximalen Abweichung von unter  $1^\circ C$  (siehe Abb. 7.5a und Tabelle 7.3).

##### Szenario 2

Die Austrittstemperatur bei PI-Regelung ist Schwankungen von  $535^\circ C$  bis  $575^\circ C$  von etwa  $40^\circ C$  unterworfen. Bei gleichen Ausschlägen nach unten bleiben nichtlineare und modellprädiktive Regelung unter  $565^\circ C$ . Sie zeigen beide ähnlichen Verlauf, wobei die MPR nach einem gleichzeitigen Temperaturmaximum näher an der Soll-Temperatur regelt (siehe Abb. 7.5b). Die geringste Regelabweichung im Sinne einer mittleren quadratischen Abweichung von der Soll-Temperatur erreicht die MPR. (siehe Tabelle 7.3) Danach folgt die nichtlineare Regelung aufgrund längerer Zeitintervalle, in denen die angestrebten  $550^\circ C$  unterschritten werden. Eine Schwankungsbreite von  $40^\circ C$  führt zu den größten Abweichungen bei der PI-Regelung.

	Szenario 1	Szenario 2
PI	0,1	11,6
NR	0,1	7,2
MPR	1	6,2

Tabelle 7.3.: Standardabweichung  $\sigma$  der Regelergebnisse bei perfekter Kenntnis der Einstrahlung

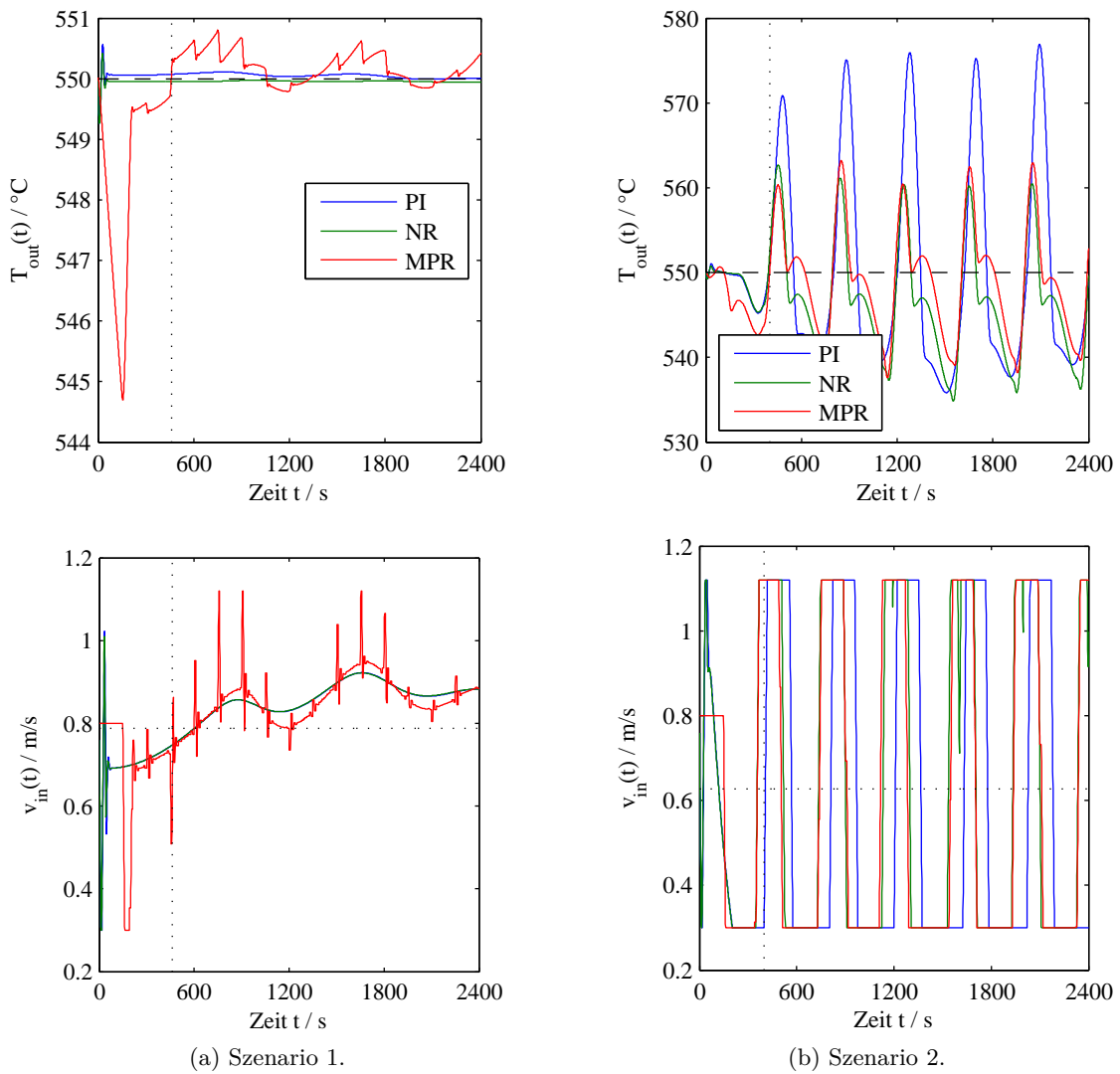


Abbildung 7.5.: Vergleich der Temperaturregelungen bei perfekter Kenntnis der Einstrahlungsdaten

### 7.4.2. Variierende örtliche Auflösung der Einstrahlungsdaten

Eine örtlich und zeitlich perfekt aufgelöste Vorhersage der solaren Einstrahlung, wie sie im letzten Abschnitt angenommen wurde, ist im Realfall nicht vorhanden. Während die einfache PI-Regelung ohne jegliche Daten der Einstrahlung arbeitet, hängen die Regelergebnisse von NR und MPR von gemessenen oder vorhergesagten Einstrahlungsdaten ab. Deswegen ist ein Vergleich der Regelergebnisse bzgl. der Güte der Einstrahlungsdaten sinnvoll. Sie variiert in diesem Abschnitt in der örtlichen Auflösung. Gibt es im perfekten Fall für jedes der 50 Kontrollvolumen einen Wert für die Einstrahlung  $G_b(x, t)$ , entspricht das einer örtlichen Auflösung von 12m. Es werden in diesem Abschnitt die Auflösungen  $h$  in Tabelle 7.4 untersucht. Dabei wird von einer Störgröße der Art (6.1) ausgegangen. Die Vorhersage  $\hat{G}_{b,i}(t)$  wird insofern energiegenau angenommen, als in einem Intervall  $[x_i, x_i + h]$  konstant vorausgesagter Einstrahlung der Mittelwert der realen Einstrahlung angesetzt wird:

$$\hat{G}_{b,i}(t) = \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_i+h} G_b(t, x) dx.$$

Die in Abschnitt 7.4.1 besprochenen Störgrößen werden nun bzgl. der örtlichen Auflösung  $h$  verglichen. Zur Übersicht werden jeweils nur ausgewählte Auflösungen der verschiedenen Reglerergebnisse in den Abbildungen 7.7 und 7.8 dargestellt. Vollständige Abbildungen finden sich im Anhang (Kapitel B.2). Die Standardabweichung der Regelergebnisse wird in den Tabellen 7.5a und 7.5b festgehalten.  $h_c(NR)$  und  $h_c(MPR)$  ist für für jeden Regler jeweils die kritische Auflösung, ab der sich in Richtung höherer Auflösung das Regelergebnis nicht mehr wesentlich verbessert und in der Nähe der Abweichung von  $h = 12\text{m}$  liegt. Bei einem Vergleich von NR und MPR ist zu beachten, dass dieselbe Variation der örtlichen Auflösung für beide Regler unterschiedlich interpretiert werden muss. Lässt sich die örtliche Unschärfe bei der MPR noch auf die Vorhersage beziehen, so wird sie bei der nichtlinearen Regelung eher durch ein diskretes Netz von Messungen der Einstrahlung verursacht. Es ist also in erster Linie ein Vergleich beider Regelungen

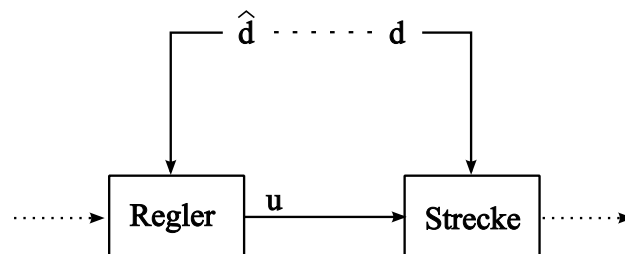


Abbildung 7.6.: Schaltbild zur variierenden örtlichen Auflösung der Einstrahlungsdaten



Auflösung $h$ [m]	12	24	50	100	150	300	600
Anzahl der $G_b$ -Werte	50	25	12	6	4	2	1

Tabelle 7.4.: Untersuchte Auflösungen der Einstrahlungsdaten

mit der PI-Regelung anzusetzen.

### Szenario 1

Bei der nichtlinearen Regelung ist  $h_c(NR) = 600m$ , bei der modellprädiktiven Regelung  $h_c(MPR) = 150m$ . Abweichungen der MPR bei grober Auflösung  $h$  sind in Abbildung 7.8a und Tabelle 7.5a zu erkennen. Nur für die MPR bei Auflösungen von  $h = 600m$  und  $h = 300m$  liegt die Standardabweichung über  $1^\circ\text{C}$ .

### Szenario 2

Auch in diesem Szenario beträgt der maximale Temperaturunterschied zwischen  $h = 12m$  und  $h = 600m$  in der nichtlinearen Regelung weniger als  $1^\circ\text{C}$  (siehe Abb. 7.7b). Die Standardabweichung liegt nahezu konstant bei  $7^\circ\text{C}$  (siehe Tab. 7.5b). Eine weitergehende Abhängigkeit von der Vorhersagegenauigkeit ist nicht erkennbar und  $h_c(NR) = 600m$ . Die modellprädiktive Regelung liegt bei  $h_c(MPR) = 150m$  mit der Regelabweichung wieder in der Nähe der feinsten Auflösung  $h = 12m$ . Insgesamt ist die Abweichung im Intervall  $[6, 8]$  weiter gestreut. Sie erzielt eine geringere Abweichung als die nichtlineare Regelung für  $h < h_c(MPR)$ . Die konstante Abweichung der PI-Regelung liegt hinsichtlich jeder Auflösung um mindestens  $3^\circ\text{C}$  höher als die Ergebnisse von nichtlinearer und modellprädiktiver Regelung.

## 7. Regelung

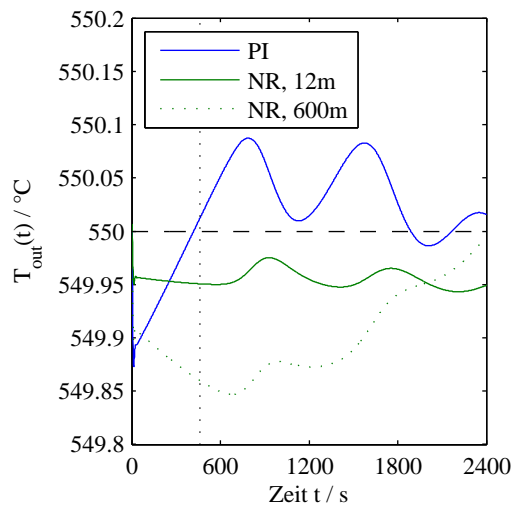
h	12	24	50	100	150	300	600
PI	0,1						
NR	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1
MPR	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,3	3,5

(a) Szenario 1.

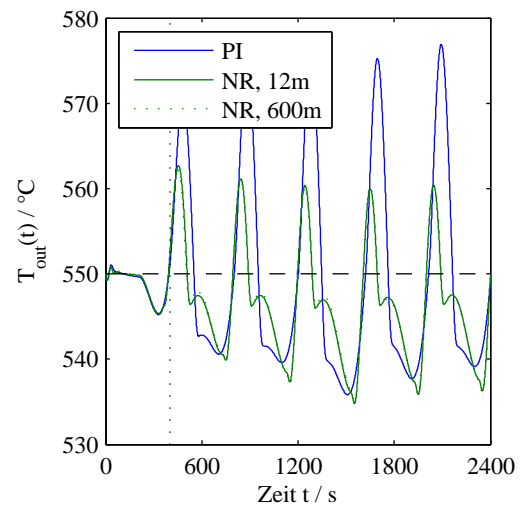
h	12	24	50	100	150	300	600
PI	11,6						
NR	7,2	7,1	7,1	7,0	7,0	7,0	7,1
MPR	6,6	6,6	6,2	6,0	7,1	7,8	8,2

(b) Szenario 2.

Tabelle 7.5.: Standardabweichung  $\sigma$  der Regelergebnisse bei variierender örtlicher Auflösung der Einstrahlungsdaten



(a) Szenario 1.



(b) Szenario 2.

Abbildung 7.7.: Regler-Vergleich bei variierender Datengenauigkeit, PI vs. NR.

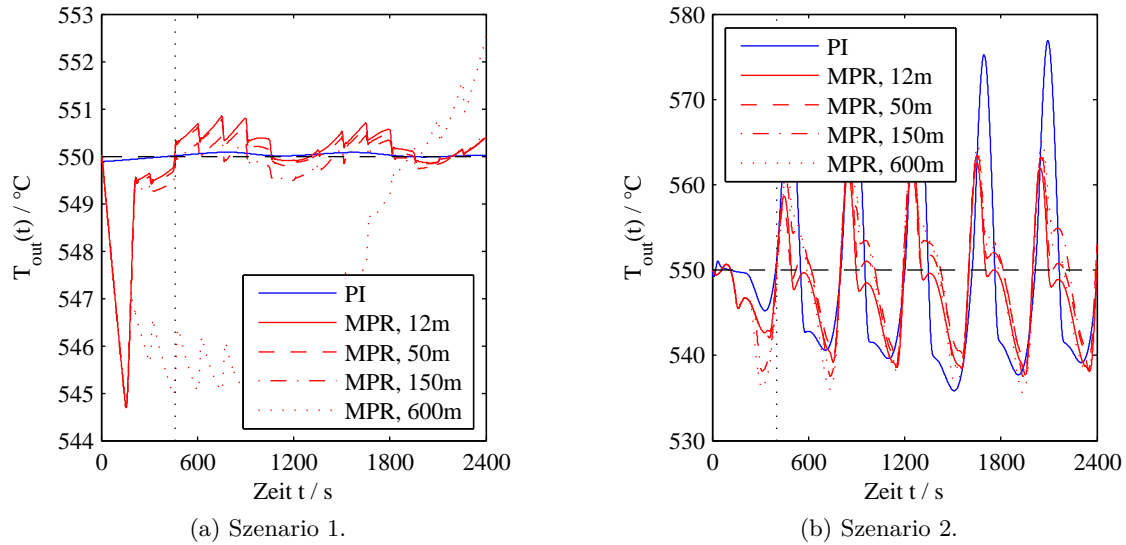


Abbildung 7.8.: Regler-Vergleich bei variierender örtlicher Auflösung der Einstrahlungsdaten, PI vs. MPR.

## 7.5. Bewertung

Auf Grundlage des Reglervergleichs sollen die drei untersuchten Regelkonzepte bzgl. ihrer Eignung zur Temperaturstabilisierung bewertet werden. Ist die Datengrundlage zweier Einstrahlungsszenarien zwar zu dünn, um allgemeingültige Schlüsse zu ziehen, so lassen sich die erhaltenen Ergebnisse trotzdem mit Bezug auf die Eigenheiten der jeweiligen Reglergesetze interpretieren.

### 7.5.1. PI-Regler

Der PI-Regler nutzt nach Festsetzen des stationären Massenstroms  $\dot{m}_0$  als beobachtete Information lediglich die Austrittstemperatur  $T_{out}(t)$ . Im Fall einer quasistationären Störung (Szenario 1) ist diese Beobachtung ausreichend. Die zu regelnden Temperaturen ändern sich langsam und der Einfluss von Nichtlinearitäten der Kollektorfelddynamik ist gering, sodass gute Ergebnisse erzielt werden. Eine örtlich und zeitlich stark variierende Störgröße (Szenario 2) stellt den linearen PI-Regler allerdings vor Probleme. Die Reaktion der Massenstromregelung auf die beobachtete Austrittstemperatur ist ungenügend, weil die instationäre Störung zu stärker variierenden Temperaturgradienten führt und die Beobachtung  $T_{out}(t)$  nicht ausreichend auf die örtlich verteilten Temperaturschwankungen vorbereitet. Deswegen ist der hier besprochene PI-Regler im zweiten Einstrahlungsszenario den beiden anderen Reglern unterlegen, selbst bei sehr ungenauen Einstrahlungsdaten.

### 7.5.2. Nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung

Das nichtlineare Reglergesetz mit Störgrößenaufschaltung nutzt zusätzlich einen Wert der Einstrahlung am Kollektoraustritt und eine Fluidtemperatur möglichst nahe am Ende des Loops. In der Form (7.1) stellt deren Verwertung im ersten Term eine dynamische Adaption des festen Wertes  $\dot{m}_0$  der PI-Regelung dar. Diese Adaption als Verbesserung wird in den Regelergebnissen des zweiten Szenarios erkennbar, in dem die PI-Überschwinger um 60% reduziert werden. In Bezug auf ungenaue Einstrahlungsdaten ist die nichtlineare Regelung mit Störgrößenaufschaltung robuster als die MPR. Sie verwendet nur eine beobachtete Einstrahlungsgröße und regelt ohne Vorhersage. Die zweite Temperaturmessung als prädestinierte Austrittstemperatur kann dafür als Ersatz gesehen werden.

### 7.5.3. Modellbasierte prädiktive Regelung

Die in dieser Arbeit verwendete MPR nutzt eine perfekte Beobachtung der Fluid- und Receivertemperaturen. Sie erzielt die besten Ergebnisse im Sinne einer Stabilisierung der Austrittstemperatur, weil Szenario 2 die wesentliche Regelproblematik hervorhebt. Außerdem ist in Szenario 1 sehr gut der Einfluss der Rechenzeit  $\delta$  auf die diskreten Stellschritte zu erkennen, die im Anwendungsfall weiter reduziert werden können und deswegen ein verbessertes Regelergebnis erwarten lassen. Voraussetzung für diese Verbesserung ist eine genaue Zustandsschätzung der Temperaturen anhand vorhandener Messdaten. Die Qualität von Zustandsschätzung und Einstrahlungsvorhersage sind wesentliche Faktoren beim Vergleich mit der robusteren, vorhersagefreien nichtlinearen Regelung.

Bei ausreichender Vorhersagegenauigkeit liegt ein großer Vorteil der MPR in der Robustheit gegenüber jeder Art von Störung. Da nicht alle realistischen, örtlich und zeitlich variierenden Einstrahlungsszenarien berücksichtigt wurden, kommt diese Arbeit auch zu keiner endgültigen Bewertung.

**Teil III.**

**Schluss**



## 8. Zusammenfassung

Diese Arbeit modelliert und analysiert die regeldynamischen Prozesse eines Parabolrinnenkollektorstrangs von 4x150m Länge, in dem eine Salzmischung aus 60% NaNO<sub>3</sub> und 40% KNO<sub>3</sub> von einer Pumpe angetrieben die solare Einstrahlungsenergie aufnimmt und aus dem Kollektorfeld transportiert.

Das Ziel einer Stabilisierung der Salztemperatur  $T_{out}(t) = T(t, \mathbf{L}) = T_{soll}$  am Kollektoraustritt soll mit einer Regelung des Massenstroms  $\dot{m}_{in}(t)$  am Kollektoreintritt erreicht werden. Da die Eintrittstemperatur  $T_{in}$  als konstant angenommen wird, ist die Fließgeschwindigkeit  $v_{in}(t)$  eine äquivalente Stellgröße.  $T_{out}(t)$  ist Regelgröße, während die unbeeinflussbare solare Einstrahlung  $G_b(t, x)$  als Störgröße eingeht. Nach einer thermodynamischen Modellierung werden Zusammenhänge dieser drei Größen in den Kapiteln zum Modellverhalten und der Regelbarkeit aufgezeigt und fließen im Kapitel Regelung schließlich ein in die Reglersynthese und den Vergleich dreier Reglerstrukturen.

Die thermodynamischen Prozesse eines Parabolrinnenkollektorfeldes werden über Erhaltungsgleichungen beschrieben. Die wesentlichen Größen sind dabei die Temperaturen  $T$  und  $W$  des Wärmeträgermediums bzw. des Receiverrohrs und die Fließgeschwindigkeit  $v$ . Die Dynamik folgt dem System

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v h) &= \frac{\dot{Q}_{heat}}{V} \\ m_W c_{p,W} \frac{\partial W}{\partial t} &= \dot{Q}_{solar} - \dot{Q}_{loss} - \dot{Q}_{heat}\end{aligned}$$

von Erhaltungsgleichungen (für ein diskretisiertes Kontrollvolumen der Länge  $dx$ ), wobei die Fluidtemperatur implizit durch die Größen  $\rho$ ,  $u$ ,  $h$  und  $\dot{Q}_{heat}$  repräsentiert wird. Die Stoffwerte des in dieser Arbeit verwendeten Wärmeträgermediums erlauben eine Vernachlässigung des Drucks im dynamischen Modell und die vereinfachte Abhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität  $c_p(T) = const.$  und, daraus resultierend, spezifischen Enthalpie  $h(T) = h_0 + c_p \cdot T$ . Mit diesen Vereinfachungen ergibt sich schließlich das

## 8. Zusammenfassung

System

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho(T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho(T) \cdot v) &= 0 \\ k_W \frac{\partial}{\partial t}W &= I - L(W) - q(T, W, v) \\ k_T(T) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t}T + v \frac{\partial}{\partial x}T\right) &= q(T, W, v).\end{aligned}$$

nichtlinearer gekoppelter partieller Differentialgleichungen für die Temperaturen  $T$ ,  $W$  und die Geschwindigkeit  $v$ . Mit der Dittus-Boelter-Korrelation für die Nußelt-Zahl schreibt sich der Wärmeübergangskoeffizient in  $q(T, W, v) = \alpha(T, v) \cdot \pi d_i \cdot (W - T)$  als  $\alpha(T, v) = \tilde{\alpha}(T) \cdot v^{0,8}$  und für das Geschwindigkeitsprofil existiert eine analytische Lösung in Abhängigkeit vom Temperaturprofil. Die numerische Lösung der verbleibenden Temperaturgleichungen erfolgt durch finite Differenzen, speziell einer örtlich rückwärts- und einer zeitlich vorwärtsorientierten Diskretisierung der Ableitungen durch Differenzenquotienten erster Ordnung.

Eine Implementierung in Matlab für einen Kollektorstrang von 4x150m Länge bei Vernachlässigung unbestrahlter Leitungsabschnitte zeigt in zwei Validierungsszenarien gleiche Ergebnisse wie ein bereits validiertes Modell in Modelica/Dymola. Außerdem ergeben konstante Salz-Stoffwerte und ein von der Fluid-Temperatur linear abhängiger Wärmeverlust ein verwendbares Näherungsmodell. Eine quasistationäre Receiver-Temperatur  $W$  bildet die Dynamik nicht mehr exakt ab und erlaubt durch weitere Modellvereinfachung andererseits eine analytische Untersuchung des strukturellen Zusammenhangs zwischen Fließgeschwindigkeit  $v$  und Fluid-Austrittstemperatur  $T_{out}$ . Dieses Strukturmodell

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t, x) + v_{in}(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, x) = -\frac{l_1}{k_T}T(t, x) + \frac{I(t, x) - l_0}{k_T} \quad (8.1)$$

ist bei stationären Analysen wiederum gleichwertig.

Für örtlich und zeitlich konstante Einstrahlung ergibt sich mit dem Ziel einer Austrittstemperatur von  $T_{out} = 550^\circ\text{C}$  ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Stör- und Stellgröße, Einstrahlung und Fließgeschwindigkeit. Im üblichen Auslegungspunkt  $G_b = 850 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  ist eine Geschwindigkeit von  $v = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  bzw. ein Massenstrom von  $4,8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  einzustellen. (Periodische) Schwankungen

$$G_b(t, x) = G_{b,0} + \hat{A} \cdot \sin(\omega t \mp \frac{2\pi}{l}x) \quad (8.2)$$

der Einstrahlung in Ort und Zeit zeigen bei einer dem Wert  $G_{b,0}$  angepassten stationären Regelung  $v(t) = v_0 = \text{const.}$  unterschiedliche Störungsübertragung bzgl. ihrer Ausbreitungsrichtung. Bei Ausbreitung entgegen der Fluid-Strömungsrichtung treten wesentli-



che Temperaturschwankungen am Kollektorausstritt nur für quasistationäre Störungen großer Wellenlänge  $l > 1200m$  und kleiner Frequenz  $\omega < 6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s}$  auf. Bei Ausbreitung in Strömungsrichtung tritt zusätzlich eine kritische Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_I = \frac{\omega l}{2\pi}$  der Störung auf, in deren Umgebung der vorgenannte quasistationäre Bereich hoher Amplitudenübertragung um dynamisch variierende Störgrößen erweitert wird. Für den Betrieb  $v = 0,8 \frac{m}{s}$  am Auslegungspunkt beträgt die kritische Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_I = 0,64 \frac{m}{s}$ . Auch im Strukturmodell findet sich dieses für die dynamische Regelungsproblematik wesentliche Merkmal wieder.

Inwiefern sich die im Modellverhalten analysierten Störgrößen im Sinne einer Temperaturstabilisierung beherrschen lassen, klärt das Kapitel zur Regelbarkeit. Für das Erreichen einer Soll-Temperatur  $T_{out} = T_{soll}$  ist eine Mindesteinstrahlintensität  $G_{b,min}(T_{soll})$  notwendig ( $G_{b,min}(550^\circ C) \approx 200 \frac{W}{m^2}$ ). Ohne Restriktionen an die Stellgröße kann ideale Temperaturstabilisierung  $T_{out} = const.$  durch

$$v_{in}(t) = \frac{I(t, \mathbf{L}) - (l_0 + l_1 T_{out}(t))}{k_T \frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L})} \quad (8.3)$$

erreicht werden. Die lokale Existenz von Lösungen der Differentialgleichung (8.1) für örtlich konstante Einstrahlung  $G_b(t, x) = G_b(t)$  und geeignete Anfangsbedingungen beweist der Satz über die Stabilisierbarkeit ohne Steuerrestriktionen.

Die Stellgröße  $v_{in}(t)$  unterliegt zusätzlich den Beschränkungen  $v_{in}(t) < v_{max}$ ,  $|\dot{v}_{in}(t)| < \dot{v}_{max}$  und  $v_{in}(t) > v_{min}$ . Die ersten beiden sind technische Einschränkungen der Förderpumpe, die dritte resultiert aus der Forderung einer optimalen Wärmeübertragung ( $Re > 10^4$ ). Zusammen mit einer örtlich variierenden Einstrahlung erzwingen diese Randbedingungen eine Erweiterung der Temperaturstabilisierung hin zur Minimierung des Kostenfunktional  $J(T_{out}(\cdot)) := \int |T_{out}(t) - T_{soll}|^2 dt$ , weil  $T_{out} = const.$  nicht für alle Zeiten erreicht werden kann.

Es werden drei Reglerstrukturen untersucht. Eine PI-Regelung mit konstanten Verstärkungsfaktoren wandelt die Temperaturabweichung  $T_{soll} - T_{out}$  linear in ein Stellsignal  $v_{in}$  um. Sie dient als Referenzregelung, die den Stand der Technik abbildet. Die ideale Regelung (8.3) fließt nach geeigneter Behandlung problematischer Temperaturgradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}(t, \mathbf{L}) \leq 0$  in eine nichtlineare Reglerstruktur ein, die neben der Austrittstemperatur auch eine weitere Fluid-Temperatur in der Nähe des Austritts und einen Wert für die Einstrahlung verwendet. Diesen beiden Reglern ist gemein, dass sie die realen Stellbeschränkungen nicht berücksichtigen und nach Ermittlung des Stellsignals möglicherweise eine Anpassung stattfindet. Eine direkte Berücksichtigung der Stellbeschränkungen leistet die modellbasierte prädiktive Regelung (MPR). Sie optimiert das angewendete

## 8. Zusammenfassung

Stellsignal unter realen Bedingungen, indem das Kostenfunktional durch wiederholte Vorhersage des Temperaturverlaufs minimiert wird. Die Prädiktion in der MPR erfolgt mit dem numerisch schnelleren Näherungsmodell bei idealer Beobachtung aller Receiver- und Fluidtemperaturen.

Die drei Regler werden bzgl. zweier Einstrahlungsszenarien miteinander verglichen. Dazu werden zwei Störgrößen der Form (8.2) gewählt, die im Bereich maximaler Amplitudenverstärkung liegen. Die erste entspringt dem beschriebenen quasistationären Bereich und die zweite breitet sich mit einer kritischen Geschwindigkeit in Strömungsrichtung aus. Zeigen alle Regler im quasistationären Fall gute Ergebnisse, so fällt die PI-Regelung im zweiten Fall von den anderen beiden deutlich ab. Nichtlineare Regelung und modellprädiktive Regelung zeigen ähnlichen Temperaturverlauf, während die MPR die beste Minimierung des Kostenfunktionals erreicht. Der Unterschied zwischen vorhersagefreier nichtlinearer Regelung und prädiktiver Regelung wird erkennbar, wenn die örtliche Auflösung der Einstrahlungsdaten variiert wird. In beiden Szenarien nimmt ab einer kritischen Auflösung von 4 Einstrahlungswerten auf 600m (im Vergleich zu 50 in der Simulation) die Regelqualität der MPR ab, während sich eine variierende Auflösung auf die PI-Regelung gar nicht und auf die nichtlineare Regelung vernachlässigbar auswirkt. Unabhängig von der örtlichen Auflösung zeigen nichtlineare und modellprädiktive Regelung im Fall der dynamisch variierenden Störgröße mit kritischer Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vergleich zur PI-Regelung stabilere Temperaturen.

## 9. Diskussion

Die vorgestellte Modellierung der dynamischen Prozesse im Parabolrinnenkollektorfeld orientiert sich an dem regelungstechnischen Zusammenspiel  $v_{in}(t)/\dot{m}_{in}(t) \rightleftharpoons T_{out}(t) \rightleftharpoons G_b(t, x)$ . Daraus resultieren Modellvereinfachungen, deren Gültigkeit vor allem in Hinblick auf diese grundsätzliche Problemstellung bewertet wird.

Die Modellvalidierung betrachtet lediglich die Größe  $T_{out}$  und bezieht keine weiteren Temperaturen mit ein. Sowohl die Wärmeverluste des Absorberrohrs als auch die Wärmeübertragung zwischen Receiver und Fluid wurden auf die wesentlichen Prozesse reduziert. Letztendlich erlaubt bei der Wärmeübertragung ein Nußelt-Potenzgesetz der Form  $Nu \propto Re^a \cdot Pr^b$  eine analytische Lösung des Geschwindigkeitsprofils und die damit verbundene (numerische) Vereinfachung. Die verwendete Dittus-Boelter-Korrelation vernachlässigt detaillierte Grenzschichterscheinungen und fällt in diese Kategorie. Für eine Übertragung der Modelle und Modellgleichungen auf andere Anwendungsfälle müssen alle Modellvereinfachungen ihre Gültigkeit beibehalten.

Eine druckunabhängige Formulierung der Dynamik ist für den (zweiphasigen) Parabolrinnenbetrieb mit Wasser/-dampf erschwert, weil der Druck im (kompressiblen) gasförmigen Zustand auf Stoffeigenschaften einwirkt. Andererseits behält sie allgemein bei inkompressiblen Fluiden ihre Gültigkeit. Neben dem betrachteten Flüssigsalz als Wärmeträgermedium können mit den abgeleiteten Modellgleichungen z.B. auch herkömmliche Thermoöle in die Simulation eingebunden werden, wenn sie die eingangs gestellten Stoffwertvereinfachungen für spezifische Wärmekapazität  $c_p = const.$  und Dichte  $\rho(T) = a_0 + a_1 \cdot T$  mit geringer Abweichung zulassen.

Die Störübertragungsfunktionen wurden für lineare Signale/Schwingungen hergeleitet, wie sie in der linearen Regelungstechnik analysiert werden. Die Grundlage dafür bilden Fourier- bzw. Laplacetransformation, die eine eindeutige Beziehung zwischen realem Signal und seinem Frequenzspektrum herstellen. In der Analyse der Störungsübertragung als kritisch bzgl. der Amplitudenverstärkung erkannte Störgrößen wurden für den Reglervergleich herangezogen. Aufgrund ihrer Periodizität und jeweils einer einzigen abgebildeten Frequenz sind sie reiner Natur und nicht als reale Einstrahlungsszenarien zu verstehen. Es werden Zeitintervalle von max. 40 Minuten Länge betrachtet, in denen die Sonne modellhaft im Zenit steht (und verbleibt). Die Analyse von Tagesgängen würde eine genauere Abbildung der Kollektorgeometrie verlangen. Außerdem ist zu beachten,

## 9. Diskussion

dass die hergeleiteten Übertragungsfunktionen sich ausschließlich auf den Aufbau aller Kollektoren in einer Linie beziehen.

Die idealisierte Regleridee ist unabhängig vom Aufbau der Kollektoren, weil zur Temperaturstabilisierung nur lokale Informationen am Kollektoraustritt genutzt werden. Der Beweis zur Existenz und Eindeutigkeit (für kleine Zeiten) sichert eine konstante Austrittstemperatur bei örtlich konstanter Einstrahlung. Wie weit die erhaltene Lösung zeitlich fortgesetzt werden kann oder welche nicht nur in der Zeit, sondern auch im Ort variierenden Einstrahlungswerte die ideale Regelung z.B. durch verschwindende Temperaturgradienten aushebeln, vermag diese Arbeit nicht zu beantworten.

Die im nichtlinearen Reglerentwurf umgesetzte ideale Regelung scheitert im zweiten Vergleichsszenario, während der Temperaturverlauf dabei dem der numerischen Optimierung in der modellprädiktiven Regelung ähnelt. Letztendlich kann aufgrund der wenigen Vergleichsdaten dieser Arbeit nicht entschieden werden, inwiefern die modellprädiktive Regelung durch erweiterte Optimierungsstrukturen verbessert werden kann oder ob die ähnlichen Regelergebnisse dafür sprechen, dass der Einbezug von Stellbeschränkungen im Reglergesetz beim Parabolrinnenbetrieb mit Flüssigsalz kaum zu erhöhter Regelqualität führt. Es sind erneute Vergleiche notwendig, wenn im Anwendungsfall weitere Kosten wie Regelaufwand oder Materialbelastung über die Temperaturabweichung hinaus berücksichtigt werden.

Alle Regelstrategien sind insofern auf die Regelung eines linienfokussierenden Kollektorfeldes übertragbar, als sie als Regelung der einzelnen Kollektorstränge betrachtet werden können.

## 10. Ausblick

Sowohl die modellprädiktive, als auch die nichtlineare Regelung sind im Hinblick auf eine Stabilisierung der Flüssigsalztemperatur am Kollektoraustritt der PI-Regelung vorzuziehen. Aus den angestellten Untersuchungen zu beiden Regelkonzepten und ihrem Vergleich untereinander ergeben sich Fragestellungen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht angegangen wurden und deren Beantwortung die vorliegenden Ausführungen sinnvoll ergänzen würde.

Die idealisierte Regleridee als Vorstufe der nichtlinearen Regelung wurde durch einen Beweis zur (lokalen) Existenz und Eindeutigkeit der Temperaturentwicklung für örtlich konstante Einstrahlung gestützt. Es ist im Sinne der Regelbarkeit weiter zu verfolgen, ob und unter welchen Einstrahlungsbedingungen in Ort und Zeit die Lösung konstanter Austrittstemperatur fortgesetzt werden kann. Im Sinne der Regelbarkeit ließe sich damit beleuchten, inwiefern die idealisierte Regleridee bereits an Einstrahlungsschwankungen scheitert oder ob die später beobachteten Temperaturabweichungen erst durch Stellbeschränkungen hervorgerufen werden. Mit einer erweiterten Kenntnis der regelbaren und nicht regelbaren Störgrößen lässt sich das Potential der modellprädiktiven Regelung genauer abschätzen und eventuell durch Erweiterung der vorliegenden Optimierungsstrukturen weiter ausschöpfen.

Nach der vorliegenden theoretischen Potentialabschätzung der Regelkonzepte ist ein zusätzlicher Schritt der Vergleich des technischen Potentials. Die modellprädiktive Regelung verlangt für die Anwendung nach einer geeigneten Zustandsschätzung. Außerdem ist es von Interesse, wie sich neben linearen Störsignalen reale, zeitlich und örtlich aufgelöste Einstrahlungsbedingungen auf die Regelqualität und den Reglervergleich auswirken. Hierbei ist die übliche U-förmige Anordnung der Kollektorstränge umzusetzen.

Die Übertragung der dynamischen Modelle und entwickelten Regelkonzepte für Flüssigsalz als Wärmeträgermedium auf den linienfokussierenden Kraftwerksbetrieb mit anderen inkompressiblen Fluiden ist möglich, sofern die gleichen Temperaturabhängigkeiten von spezifischer Wärmekapazität und Dichte vorliegen. Damit steht ein Vergleich der Regelkonzepte bzgl. ihrer Eignung für verschiedene Wärmeträgermedien in Aussicht.

Letztendlich bildet die Implementierung am Test-Aufbau eines Kollektorstrangs den Abschluss des Entwurfs und des Vergleichs verschiedener Regelkonzepte zur Temperatur-

## *10. Ausblick*

stabilisierung im Parabolrinnenbetrieb mit Flüssigsalz als Wärmeträgermedium.

# Literaturverzeichnis

- [1] Baehr H. D. und Kabelac S. (2012) „Thermodynamik“, 15. Auflage, Springer-Verlag, Berlin.
- [2] Barão M., Lemos J. M. und Silva R. N. (2002) „Reduced Complexity Adaptive Non-linear Control of a Distributed Collector Solar Field“, *Journal of Process Control* **12**, 131-141.
- [3] Bellman R. E. (1967) „Introduction to the mathematical theory of control processes“, Academic Press, New York.
- [4] Burkholder F. und Kutscher C. (2008) „Heat-Loss Testing of Solel’s UVAC3 Parabolic Trough Receiver“, Forschungsbericht NREL/TP-550-42394, National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado.
- [5] Camacho E. F. und Bordons C. (2004) „Model Predictive Control“, 2. edition, Springer-Verlag, London.
- [6] Camacho E. F., Rubio F. R., Berenguel M. und Valenzuela L. (2007) „A Survey on Control Schemes for Distributed Solar Collector Fields. Part I: Modeling and Basic Control Approaches“, *Solar Energy* **81**, 1240-1251.
- [7] Camacho E. F., Rubio F. R., Berenguel M. und Valenzuela L. (2007) „A Survey on Control Schemes for Distributed Solar Collector Fields. Part II: Advanced Control Approaches“, *Solar Energy* **81**, 1252-1272.
- [8] Courant R. und Hilbert D. (1962) „Methods of Mathematical Physics, Volume II: Partial Differential Equations“, Interscience Publishers, New York.
- [9] Durst F. (2006) „Grundlagen der Strömungsmechanik“, Springer-Verlag, Berlin.
- [10] Eck M. (2001) „Die Dynamik der solaren Direktverdampfung und Überhitzung in Parabolrinnenkollektoren“, *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 6* **464**, VDI Verlag, Düsseldorf.
- [11] Eck M. und Hirsch T. (2007) „Dynamics and control of parabolic trough collector loops with direct steam generation“, *Solar Energy* **81**, 268-279.
- [12] Evans L. C. (2002) „Partial Differential Equations“, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island.

- [13] Feldhoff J. F., Eickhoff M., Hirsch T., Keller L., Meyer-Grünefeldt M., Pernpeintner J., Leon J. und Valenzuela L. (2013) „Status and first results of the DUKE project Qualification of new DSG receivers and collectors”, SolarPACES 2013 conference, 17.-20. Sept. 2013, Las Vegas, USA.
- [14] Grüne L. und Pannek J. (2011) „Nonlinear Model Predictive Control”, Springer-Verlag, London.
- [15] Hirsch T. (2005) „Dynamische Systemsimulation und Auslegung des Abscheidesystems für die solare Direktverdampfung in Parabolrinnenkollektoren”, *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 6* **535**, VDI Verlag, Düsseldorf.
- [16] Igreja J. M., Lemos J. M., Barão M., Silva R. N. (2003) „Adaptive Nonlinear Control of a Distributed Collector Solar Field”, *Proceedings of the European Control Conference ECC03*, Cambridge, UK.
- [17] Johansen T. A. und Storaas C. (2002) „Energy-based Control of a Distributed Solar Collector Field”, *Automatica* **38**, 1191-1199.
- [18] Knobloch H. W. und Kwakernaak H. (1985) „Lineare Kontrolltheorie”, Springer-Verlag, Berlin.
- [19] Koch S., Eck M. und Hirsch T. (2007) „Mass Flow and Temperature Control of a Solar Parabolic-Trough DSG Superheater with Several Parallel Rows and Central Steam Separation - Draft Paper”, *Proceedings of Energy Sustainability 2007*, Long Beach, California.
- [20] Lunze L. (2013) „Regelungstechnik 1”, 9., überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin.
- [21] McAdams W. H. (1954) „Heat Transmission”, 3. Edition, McGraw-Hill, New York.
- [22] Morille F. (2013) „Modellerstellung für die prädiktive Regelung eines Parabolrinnenkraftwerks mit Direktverdampfung”, Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie/DLR.
- [23] Profos P. (1962) „Regelung von Dampfanlagen”, Springer-Verlag, Berlin.
- [24] Quaschnig V. (2013) „Regenerative Energiesysteme”, 8., aktualisierte und erweiterte Auflage, Hanser Verlag, München.
- [25] Rawlings J. B. und Mayne D. Q. (2009) „Model Predictive Control: Theory and Design”, Nob Hill Publishing, Madison, Wisconsin, USA.
- [26] Reble M. (2013) „Model Predictive Control for Nonlinear Continuous-Time Systems with and without Time-Delays”, Dissertation, Universität Stuttgart.
- [27] Schenk H. und Eck M. (2012) „Yield Analysis for Parabolic Trough Solar Thermal Power Plants - A Basic Approach”, enerMENA Bericht, Stuttgart.



- [28] Tóth L. R., Nagy L. und Szeifert F. (2011) „Physical Modeling and Control of a Distributed Parameter System”, *Chemical Engineering Transactions* **25**, 719-724.
- [29] Trebing D. (2012) „Regelkonzepte zur Temperaturstabilisierung eines Parabolrinnenkraftwerks mit Direktverdampfung”, Diplomarbeit, Rheinisch Westfälische Technische Hochschule Aachen/DLR.
- [30] Wittmann M., Müller-Elvers C., Schenk H. und Bruce B. (2012) „Optimization of Molten Salt Parabolic Trough Power Plants using different Salt Candidates”, SolarPACES 2012, 11.-14. Sept. 2012, Marrakesch, Marokko.
- [31] Zavoico A. B. (2001) „Solar Power Tower - Design Basis Document”, Sandia National Laboratories, Nexant, San Francisco.
- [32] Zunft S. (2003) „Dynamik und Regelung von Solarkollektorfeldern zur Prozesswärme- und Stromerzeugung”, *Fortschritt-Berichte VDI Reihe 6* **505**, VDI Verlag, Düsseldorf.



# Anhang



## A. Ableitung der Störgrößenübertragungsfunktion

System:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t} + a \frac{\partial T}{\partial x} &= b(W - T) \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{I}{k_W} + cT - dW - e\end{aligned}$$

mit Konstanten  $a, b, c, d, e, k_W$ . Sind  $\Omega$ ,  $\vartheta$  und  $J$  die zeitlichen Laplacetransformationen von  $W$ ,  $T$  und  $I$  so ergibt sich für diese das System

$$\begin{aligned}s\vartheta(s, x) - T(0, x) + a \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(s, x) &= b(\Omega(s, x) - \vartheta(s, x)) \\ s\Omega(s, x) - W(0, x) &= \frac{J(s, x)}{k_W} + c\vartheta(s, x) - d\Omega(s, x) - e\end{aligned}$$

Gleichung 2 nach  $\Omega$  umgestellt, ergibt  $\Omega(s, x) = \frac{1}{s+d} \cdot (\frac{J(s, x)}{k_W} + c\vartheta(s, x) + W(0, x) - e)$ . Daraus folgt nach Einsetzen in Gleichung 1 eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung für  $\vartheta(s, x)$  mit (bzgl. des Ortes) konstanten Koeffizienten:

$$a \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(s, x) = \left( \frac{bc}{s+d} - s - b \right) \cdot \vartheta(s, x) + \frac{b}{(s+d)} \cdot \frac{J(s, x)}{k_W} + T(0, x) + \frac{b}{s+d} W(0, x) - \frac{eb}{s+d}$$

Mit den Abkürzungen  $p(s) := \frac{-s^2 - (b+d)s + b(c-d)}{a(s+d)}$ ,  $q(s) = \frac{b}{ak_W(s+d)}$  und  $r(s, x) := \frac{1}{a}(T(0, x) + \frac{b}{s+d}W(0, x) - \frac{eb}{s+d})$  schreibt sich die Lösung als

$$\vartheta(s, x) = e^{p(s)x} \vartheta(s, 0) + \int_0^x e^{p(s)(x-y)} \cdot (q(s)J(s, y) + r(s, y)) dy.$$

Der Einfluss der Störung wird dabei über den mittleren Term

$$\vartheta_I(s, x) = q(s) \cdot e^{p(s)x} \cdot \int_0^x e^{-p(s)y} J(s, y) dy$$

### A. Ableitung der Störgrößenübertragungsfunktion

repräsentiert. Mit dem Ansatz  $I(t, x) = \hat{A} \cdot e^{i(\omega t \pm \frac{2\pi}{l}x)}$  (siehe (6.1)) ist  $J(s, x) = \hat{A} \cdot e^{\pm i \frac{2\pi}{l}x}$ .  $\frac{1}{s-i\omega}$ , wobei  $\frac{\hat{A}}{s-i\omega}$  die Transformation des Signals  $\hat{A} \cdot e^{i\omega t}$  darstellt. Deswegen ist

$$\begin{aligned} \vartheta_I(s, x, \omega, l) &= q(s) \cdot e^{p(s)x} \cdot \int_0^x e^{-(p(s) \mp i \frac{2\pi}{l})y} dy \cdot \frac{A}{s-i\omega} \\ &= \frac{q(s) \cdot e^{p(s)x}}{p(s) \mp i \frac{2\pi}{l}} \cdot (1 - e^{-(p(s) \mp i \frac{2\pi}{l})x}) \cdot \frac{A}{s-i\omega} \\ &= \frac{q(s)}{p(s) \mp i \frac{2\pi}{l}} \cdot (e^{p(s)x} - e^{\pm i \frac{2\pi}{l}x}) \cdot \frac{A}{s-i\omega} \\ &= \hat{G}(s, x, l) \cdot \frac{A}{s-i\omega} \end{aligned}$$

Die Auswirkung von Einstrahlungsschwankungen auf die Austrittstemperatur kann letztendlich über  $x = \mathbf{L}$  gewonnen werden. Es ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} G(s, l) &= \hat{G}(s, \mathbf{L}, l) \\ &= \frac{q(s)}{p(s) \mp i \frac{2\pi}{l}} \cdot (e^{p(s)\mathbf{L}} - e^{\pm i \frac{2\pi}{l}\mathbf{L}}) \\ &= \frac{b}{a \cdot k_W \cdot (s+d)} \cdot \frac{1}{\frac{-s^2-(b+d)s+b(c-d)}{a(s+d)} \mp i \frac{2\pi}{l}} \cdot (e^{\frac{-s^2-(b+d)s+b(c-d)}{a(s+d)}\mathbf{L}} - e^{\pm i \frac{2\pi}{l}\mathbf{L}}) \\ &= \frac{b}{k_W} \cdot \frac{1}{-s^2 - (b+d \mp 2\pi i \frac{a}{l})s + b(c-d) \mp 2\pi i \frac{ad}{l}} \cdot (e^{\frac{-s^2-(b+d)s+b(c-d)}{a(s+d)}\mathbf{L}} - e^{\pm i \frac{2\pi}{l}\mathbf{L}}) \\ &= \frac{b}{k_W} \cdot \frac{1}{s^2 + (b+d \mp 2\pi i \frac{a}{l})s - b(c-d) \pm 2\pi i \frac{ad}{l}} \cdot (e^{\pm i \frac{2\pi}{l}\mathbf{L}} - e^{-\frac{s^2+(b+d)s-b(c-d)}{a(s+d)}\mathbf{L}}) \end{aligned}$$

und die Variante (6.3) ergibt sich durch  $s = i\omega$ .

## B. Diagramme

### B.1. Störungsübertragung

Es folgen die vollständigen Bode-Diagramme und Darstellungen der Übertragungsfunktionen zu den in Abschnitt Modellverhalten behandelten Wellenlängen  $l = 600m$ ,  $10000m$  von Störgrößen bzgl. beider Ausbreitungsrichtungen.

### B.1.1. Ausbreitung entgegen der Strömungsrichtung

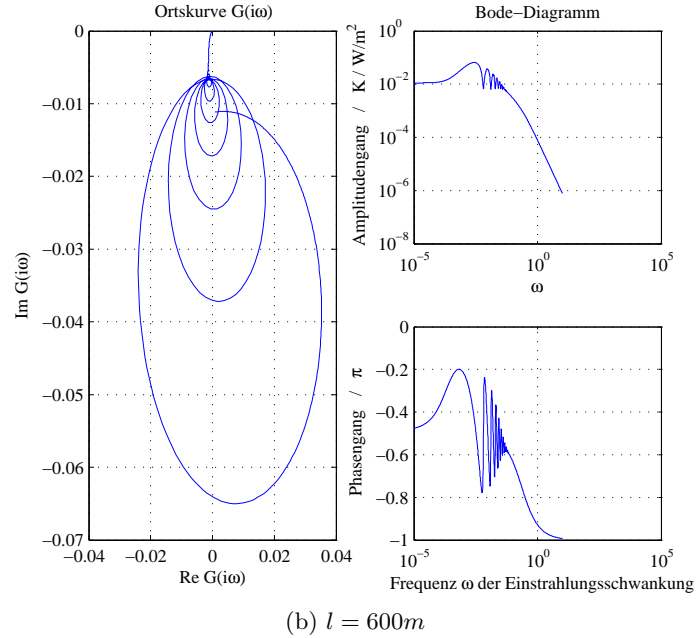
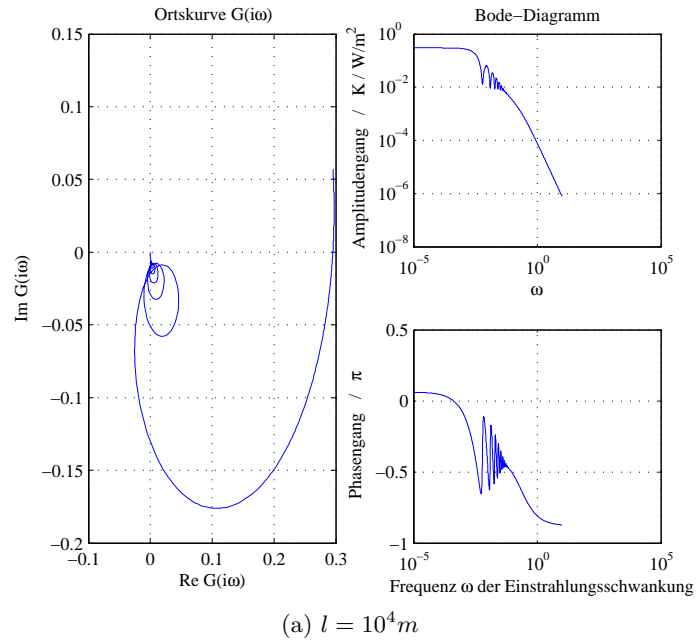


Abbildung B.1.: Übertragungsfunktion und Bode-Diagramm von Störungen entgegen der Strömungsrichtung



### B.1.2. Ausbreitung in Strömungsrichtung

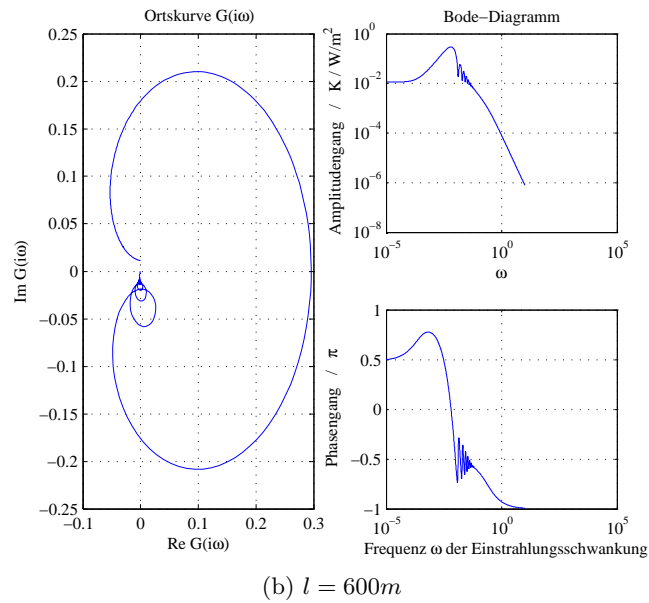
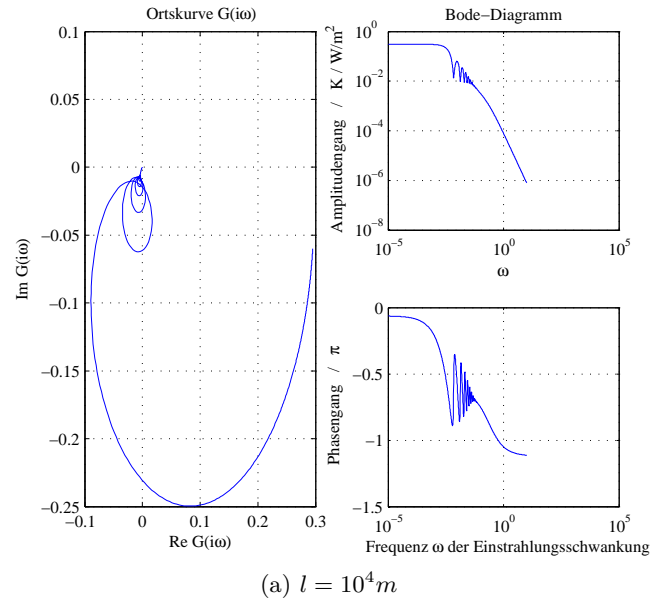


Abbildung B.2.: Übertragungsfunktion und Bode-Diagramm von Störungen in Strömungsrichtung

### B.1.3. Vereinfachtes Modell

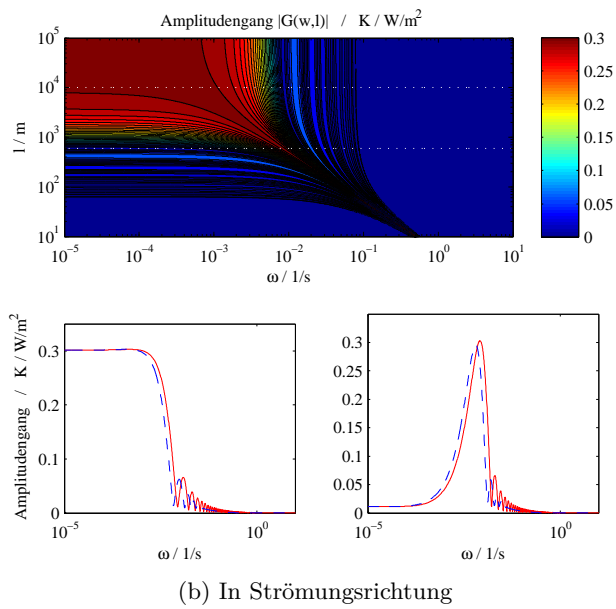
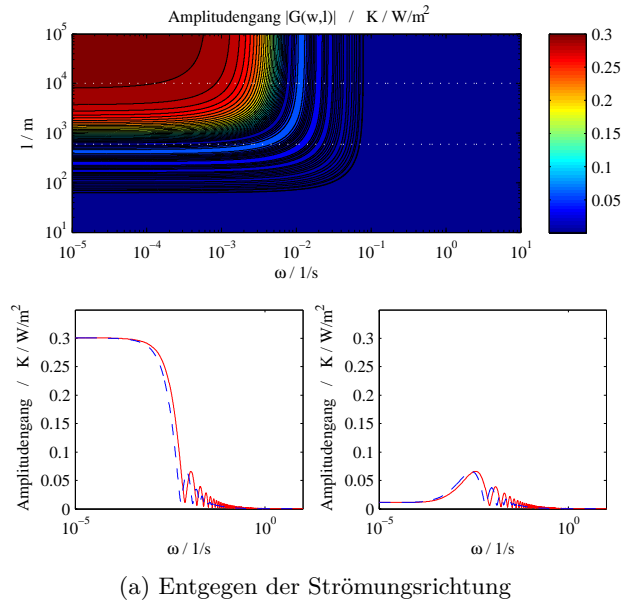


Abbildung B.3.: Störungsübertragung im vereinfachten Modell

#### B.1.4. Störungsübertragung für Einstrahlungsszenario 2

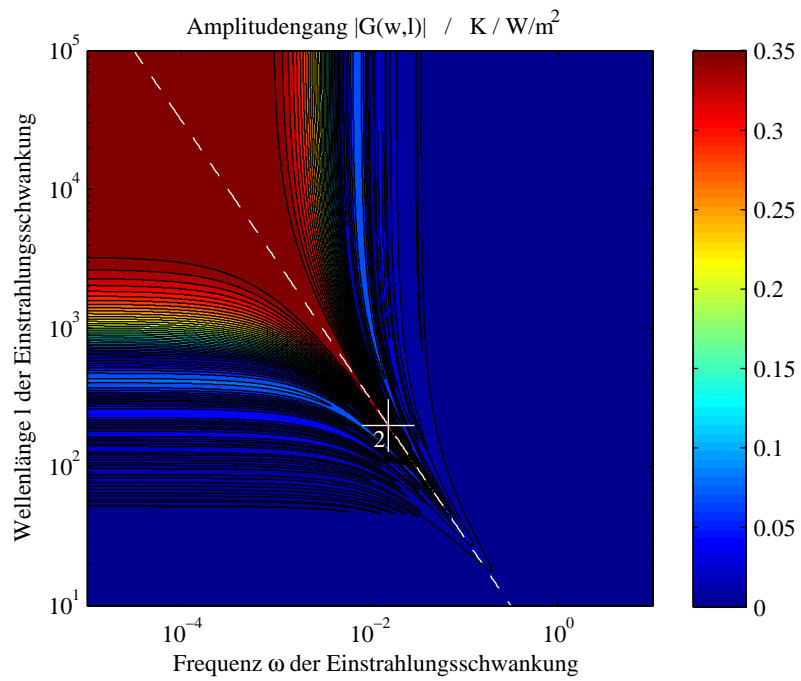
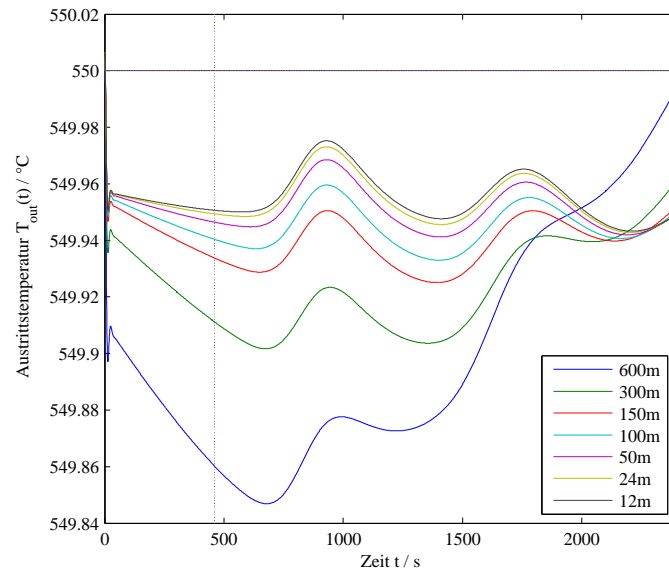


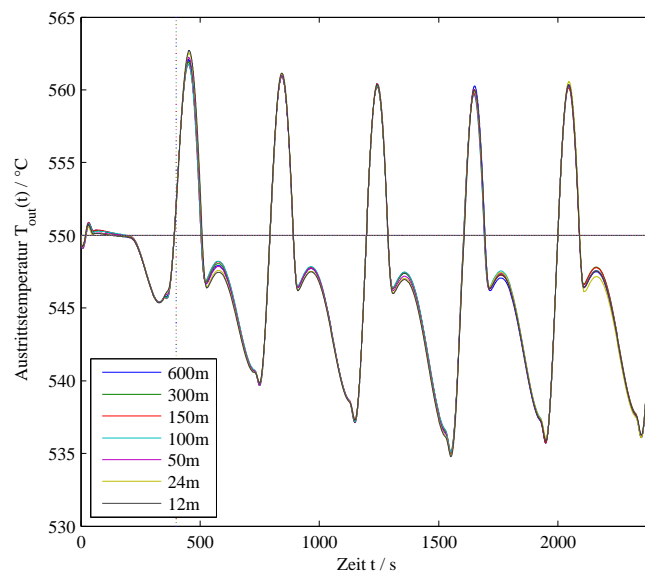
Abbildung B.4.: Störungsübertragung für Einstrahlungsszenario 2.

## B.2. Vollständige Daten des Reglervergleichs

### B.2.1. NR



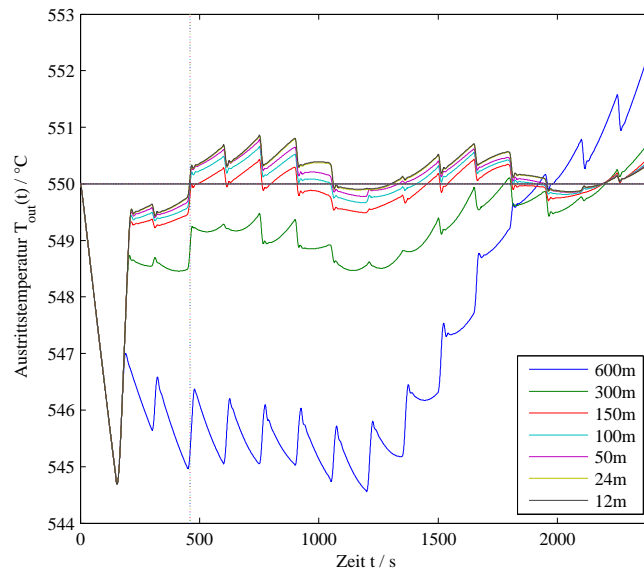
(a) Szenario 1



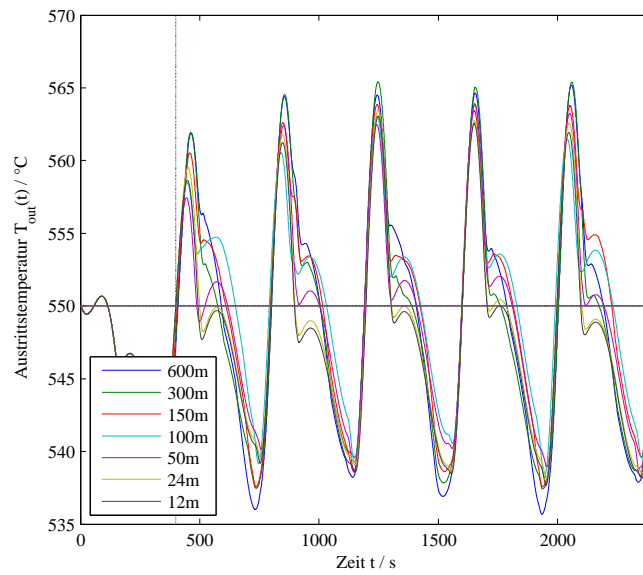
(b) Szenario 2

Abbildung B.5.: Daten NR

### B.2.2. MPR



(a) Szenario 1



(b) Szenario 2

Abbildung B.6.: Daten MPR

## *B. Diagramme*

## **Eigenständigkeitserklärung**

Ich versichere hiermit, die vorliegende Masterarbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt zu haben. Die Arbeit ist erstmalig und nur an der Freien Universität Berlin eingereicht worden.

Berlin, den 28. Juli 2014

Konstantin Bubolz